# Brückenfertigteile aus hochfestem Beton

Fachveröffentlichung der
Bundesanstalt für
Straßenwesen

bast
Bundesanstalt für
Straßenwesen

# Brückenfertigteile aus hochfestem Beton

von

Katrin Runtemund, Marco Zanetti, Michael Werner, Hermann Weiher
matrics engineering GmbH, München

## Impressum

Fachveröffentlichung zu Forschungsprojekt: 15.0689
Brückenfertigteile aus hochfestem Beton

Fachbetreuung:
Dieter von Weschpfennig

Referat:
Betonbau

Herausgeber:
Bundesanstalt für Straßenwesen
Brüderstraße 53, D-51427 Bergisch Gladbach
Telefon: (0 22 04) 43 - 0

https://doi.org/10.60850/fv-b2

Bergisch Gladbach, Oktober 2024

Zu diesem Forschungsprojekt werden nur die Kurzfassung und der Kurzbericht veröffentlicht. Die Langfassung des Schlussberichts kann auf Anfrage an **verlag@bast.de** zur Verfügung gestellt werden.

Es wird darauf hingewiesen, dass die unter dem Namen der Verfasser veröffentlichten Berichte nicht in jedem Fall die Ansicht des Herausgebers wiedergeben. Nachdruck und photomechanische Wiedergabe, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung der Bundesanstalt für Straßenwesen, Stabsstelle Presse und Kommunikation.

bast
Bundesanstalt für Straßenwesen

# Kurzfassung

Im Brückenbau ist aktuell der Einsatz von Betonen auf eine Festigkeit von ≤C50/60 beschränkt, da für die einwandfreie Herstellung von Bauteilen aus hochfestem Beton deutlich höhere Anforderungen an die Betonherstellung, die Verarbeitung und die Nachbehandlung zu stellen sind. Diese Beschränkung soll für Fertigteile von Brückenbauwerken, deren Herstellung unter werksmäßigen Bedingungen erfolgt, aufgehoben werden.

Ziel des Projektes war eine systematische Untersuchung zu den Auswirkungen der Planung von Brücken mit Fertigteilen aus hochfestem Beton. Es sollte insbesondere die Frage nach Grenzen dieser Bauweise zur Vermeidung einer dynamischen Anregung unter Verkehr oder zur Sicherstellung der Stabilität beantwortet, Einsparpotential bei Querschnittsabmessungen und Gewicht quantifiziert und ergänzende Regeln bzw. Entwurfsparameter für die Planung von Straßenbrücken erarbeitet werden.

Es wurden zunächst Typenentwürfe für ein einfeldriges Brückenbauwerk zur stützenfrei Überführung eines achtspurigen Autobahnquerschnitts (RQ 43,5) erarbeitet. Das Bauwerk wird als vorgespannte Fertigteilkonstruktion mit normalfester Ortbetonergänzung ausgeführt. Zur Quantifizierung des Einflusses des hochfesten Betons werden Entwürfe mit Fertigteilträgern aus hochfesten Beton und Normalbeton gegenübergestellt.

Grundlegendes Regelwerk für die Querschnittsausbildung ist der Entwurf der BEMING mit Angaben zu Mindestabmessungen und Empfehlungen zum maximalen Gewicht von Fertigteilträgern. So ist für Einfeldträger mit Spannweiten bis zu 45 m als Anhalswert die Schlankheit des Gesamtquerschnitts auf einen Wert zwischen L/H=15 und L/H=25 und das Fertigteileigengewicht auf ca. 110 to zur Gewährleistung des Transportes und der Montage zu begrenzen.

Die Untersuchungen zeigten, dass der Einsatz von hochfesten Beton zu einer deutlichen Reduktion der Trägerhöhe und des -gewichts führt, so dass auch bei großen Spannweiten Konstruktionshöhen von L/25 machbar sind. Insbesondere im Hinblick von Ersatzneubauten mit vorgegebener Gradiente und einzuhaltendem Lichtraumprofil bietet der Einsatz von hochfesten Beton somit ganz neue Möglichkeiten.

Mit wachsender Biegeschlankheit der Spannbetonträger kommt der Kippsicherheit, der dynamischen Beanspruchbarkeit und der statischen Verformungen im Gebrauchszustand unter Verkehr eine immer größere Bedeutung zu. Auf Basis der Typenentwürfe wurden die Auswirkung des hochfesten Betons auf das Systemverhalten untersucht.

Im Endzustand ist ein Kippversagen der Fertigteilträger durch ein seitliches Ausweichen des Druckgurtes aufgrund der Ortbetondecke nicht maßgebend. Auch ein Knicken der Stege kann aufgrund der internen Vorspannung ausgeschlossen werden. Die Untersuchungen konzentrieren sich daher auf die Bewertung der Kippstabilität im Bauzustand. Es zeigte sich, dass der Zustand des aufgehängten Trägers während des Hebens maßgebend ist.

Als wesentliche Einflussfaktoren auf die Kippsicherheit wurde neben der Größe der Vorverformungen des Trägers infolge Herstell- und Montagetoleranzen, der Abstand der Hebepunkte vom Trägerende und die Druckgurtbreite v.a. der Vorspanngrad identifiziert.

So wird bei schlanken Trägern die geringere Biegesteifigkeit des Trägers durch einen höheren Vorspanngrad kompensiert, um die vertikalen Verformungen zu reduzieren und/oder eine Rissbildung im Endzustand unter Verkehr zu vermeiden.

Im Bauzustand steigt jedoch die Gefahr der Rissbildung im Obergurt, was die Querbiegetragfähigkeit herabsetzt und damit die Kippsicherheit signifikant reduziert.

Die Wahl einer Vorspannung im nachträglichen Verbund oder eine Mischbauweise mit Spanngliedern im sofortigen Verbund ist in Hinblick der der Kippstabilität im Bauzustand daher zu empfehlen.

Insgesamt konnte bei allen Entwürfen eine ausreichende Kippsicherheit nachgewiesen werden. Eine weitere Erhöhung der Anhaltswerte der Schlankheit oder der Spannweite bei Einfeldbrücken gemäß BEM-ING wird auch in Hinblick einer Verformungsbegrenzung nicht empfohlen.

Für den Nachweis der Kippsicherheit der Bauzustände wird statt der Überprüfung eines Grenzkriteriums die Vewendung des Verfahrens nach Robert F. MAST (1993) empfohlen.

Die dynamischen Untersuchungen zeigten, dass eine starke dynamische Vergrößerung der Verkehrslasten nur stattfindet, wenn sich der für die Bemessung maßgebliche Lastfall aus wenigen schweren Lastwagen zusammensetzt, welche mit bedeutender Geschwindigkeit fahren. So ist bei Brücken mit großer Spannweite die Belastung durch ein Einzelfahrzeug für die Brückenträger unerheblich, auch wenn es zu massiver dynamischer Vergrößerung kommt. Dies spiegelt sich auch im mit wachsender Spannweite sinkenden Schwingbeiwert gemäß DIN1072 wider, der bei Spannweiten ≥ 50 m den Wert 1,0 annimmt.

Es konnte gezeigt werden, dass das normative Lastmodell LM1 gemäß EC1 die dynamische Vergrößerung aus Verkehr ausreichend abdeckt und auf eine dynamische Untersuchung von Brücken mit Trägern gemäß dem aktuellen Entwurf der BEM-ING verzichtet werden kann.

# Abstract

## Precast bridges using high-strength concrete

In bridge engineering the concrete strength is actually limited to the class C50/60. Since control of temperature during production, placement and curing plays a crucial role in the quality, strength and durability of high-strength concrete, this restriction shall be lifted for prefabricated parts of bridge structures that are manufactured under factory conditions.

The project aims at systematically investigating the effects of planning bridges with prefabricated parts made of high-strength concrete. In particular, the question of the limits of this construction method to avoid dynamic excitation under traffic or to ensure stability, should be answered, potential savings in cross-sectional dimensions should be quantified and additional rules or design parameters for the planning of road bridges should be worked out.

In the first step, standartizied designs of a single-span bridge allowing a column-free transfer of an eight-lane motorway (RQ 43.5) were developed. The structure consists of a prefabrictaed prestressed girder using high-strength concrete with a cast-in-place concrete deck built out of normal concrete. In order to quantify the influence of the high-strength concrete, designs with precast girders made of high-strength as well as normal concrete are compared.

The cross-section design was developed based on the draft of the BEM-ING which gives information on minimum dimensions as well as recommendations on the maximum weight of prefabricated beams. For example, for single-span girders with spans up to 45 m, the slenderness of the overall cross-section should be between L/H=15 and L/H=25 and and the overall weight should exceed 110 tons to ensure transport and assembly.

The investigations show that the use of high-strength concrete leads to a significant reduction of the beam's height and weight, so that construction heights of L/25 are feasible even with large spans. Thus, the use of high-strength concrete offers new possibilities, particularly with regard to the replacement of older bridges with given requirements concerning the given gradient and clearance profile.

With increasing bending slenderness of the beam, the lateral torsional stability and the dynamic excitation under traffic are becoming increasingly important.

Thus, based on the developed bridge constructions of the design study, the effect of the high-strength concrete on the system behavior such as the stability of the structure, the dynamic excitability as well as the deformation under service loads were considered.

The lateral stability of the finished structure is seldom a problem once the beam is integrated with a deck. Buckling of the webs can also be ruled out due to the internal prestressing.

Thus, the investigations concentrate on the assessment of the lateral stability during construction. It turned out that the state of the hanging beam during lifting is decisive.

The lateral stability during lifting is mainly depending on the initial imperfection due to sweep and lifting loop placement tolerances, the distance of the lifting loops to the girder‘s ends, the width of the compressive flange and, above all, the grade of prestressing.

The decreasing laterial bending stiffness of slender beams is usually compensated by a higher degree of prestressing in order to reduce the vertical deformations or to avoid cracking in the final state under traffic. Consequently, during construction, there is a higher risk of cracks in the top flange which reduces the lateral bending load-bearing capacity and thus significantly reduces the lateral stability.

Choosing prestressing with subsequent bonding or a mixed construction with tendons with immediate bonding is therefore recommended to ensuring stability during construction.

Overall, a sufficient lateral stability could be demonstrated for all designs. It could be shown that the recommendations for the limitation of slenderness and span width for single-span bridges pursuant to the BEM-ING also, regarding a limitation of the deformations under service loads are justified. Hence, a further increase in slenderness or of the span is not recommended.

To prove stability during construction, it is recommended to use the method according to Robert F. Mast (1993).

The dynamic investigations habe shown that a significant dynamic increase in the traffic loads only occurs if the load case relevant for the design consists of a few heavy trucks driving at a significant speed. But in case of bridges with large spans, the load from a single vehicle is completely meaningless for the bridge girders, even if there is a massive dynamic amplification.

This is also reflected in the vibration coefficient according to DIN1072, which decreases with increasing span leading to a value of 1.0 for spans ≥ 50 m.

It was shown that the normative load model LM1 according to EC1 adequately covers the dynamic excitation and, thus, a dynamic investigation of bridges with girders according to the current draft of the BEM-ING can be omitted.

# Kurzbericht

## 1. Einleitung

Derzeit wird die Betonfestigkeit im Brückenbau auf die Festigkeitsklasse C50/60 beschränkt, da für die einwandfreie Herstellung von Bauteilen aus hochfestem Beton deutlich höhere Anforderungen an die Betonherstellung, die Verarbeitung und die Nachbehandlung zu stellen sind. Diese Beschränkung soll für Fertigteile von Brückenbauwerken, deren Herstellung unter werksmäßigen Bedingungen erfolgt, aufgehoben werden.

Ziel des Projektes war eine systematische Untersuchung zu den Auswirkungen der Planung von Brücken mit Fertigteilen aus hochfestem Beton. Es sollte insbesondere die Frage nach Grenzen dieser Bauweise zur Vermeidung einer dynamischen Anregung unter Verkehr oder zur Sicherstellung der Stabilität beantwortet, Einsparpotential bei Querschnittsabmessungen und Gewicht quantifiziert und ergänzender Regeln bzw. Entwurfsparameter für die Planung von Straßenbrücken erarbeitet werden.

Es werden zunächst Typenentwürfe für ein einfeldriges Brückenbauwerk zur stützenfrei Überführung eines achtspurigen Autobahnquerschnitts (RQ 43,5) erarbeitet. Zur Quantifizierung des Einflusses des hochfesten Betons werden Entwürfe mit Fertigteilträgern aus hochfesten Beton und im Vergleich aus Normalbeton untersucht und gegenübergestellt.

Grundlegendes Regelwerk für die Querschnittsausbildung ist der Entwurf der BEM-ING mit Angaben zu Mindestabmessungen und Empfehlungen zum maximalen Gewicht von Fertigteilträgern. So ist für Einfeldträger mit Spannweiten bis zu 45 m als Anhaltswert für den Entwurf die Schlankheit des Gesamtquerschnitts auf einen Wert zwischen L/H=15 und L/H=25 und das Fertigteileigengewicht auf ca. 110 to zur Gewährleistung des Transportes und der Montage zu begrenzen.

Auf Basis der Typenentwürfe wurden dann die Auswirkung des hochfesten Betons auf das Systemverhalten untersucht. Speziell wurde das Stabilitätsverhalten und die dynamische Anregbarkeit ausführlich betrachtet.

## 2. Typenentwürfe

Im Folgenden sollen die Auswirkungen der Verwendung von hochfestem Beton auf das Tragverhalten und die Bemessung und Konstruktion von (Teil-)Fertigteilbrücken untersucht werden.

Das primäre Ziel ist es, durch den Einsatz von hochfestem Beton im Fertigteil die Schlankheit L/H der Brückenträger zu erhöhen, um eine stützenfreie Überspannung von 8-streifigen Autobahnquerschnitten bei vorgegebener Gradiente bzw. einzuhaltender lichter Höhe zu ermöglichen.

Es wird hierzu eine vergleichende Bemessung an einem Beispielbauwerk mit RQ 10,5 zur Überführung einer Fahrbahn mit RQ 43,5 durchgeführt. Das Bauwerk wird hierbei als Fertigteilkonstruktion mit normalfester Ortbetonergänzung in Spannbetonbauweise mit nachträglichem Verbund ausgeführt. Die Brücke besteht aus fünf vorgespannten Fertigteilträgern mit einer Breite von 2,30 m, die durch eine 25 cm dicke Ortbetonplatte verbunden sind, vgl. Abbildung 1.

Es werden insgesamt fünf Querschnittsentwürfe betrachtet, vgl. Abbildung 2. Der Querschnittsentwurf (V1) mit einem Fertigteilbeton der Druckfestigkeitsklasse C50/60 stellt die Referenzlösung in Normalbeton unter Berücksichtigung der Mindestabmessungen gemäß BEM-ING dar. In einem zweiten Entwurf (V2) wird Abweichend von der BEM-ING zur Gewichtsreduktion im Zuge einer Optimierung die Stegbreite des Fertigteilträgers auf einen Wert von 32,5 cm < 35 cm reduziert. Um den Einfluss des hochfesten Betons auf die Bemessung zu untersuchen, werden entsprechende Varianten mit Fertigteilen aus hochfesten Beton der Güte C80/95 untersucht (V3, V4).

Im Rahmen einer Designstudie wird eine Fertigteilbrücke aus hochfestem Beton mit hoher Schlankheit entworfen (V5), die bis an die Grenzen der Empfehlungen zur Schlankheit der BEM-ING führt (H ≥ L/25). Letztere ist Grundlage der Untersuchung zum Tragverhalten.

Zur Ermittlung des Einsparpotentials der unterschiedlichen Brückenentwürfe werden die Trägerhöhen, das Eigengewicht des Fertigteilträgers und die benötigte Spannstahlmenge

vergleichend betrachtet. Der Vergleich ist in Tabelle 1 dargestellt. Alle Entwürfe befinden sich im Bereich der Anhaltswerte zur Schlankheit (L/H) des Entwurfs der BEM-ING zwischen L/H = 15 bis zu L/H = 25. Die Referenzbrücke V1 (C50/60) befindet sich im unteren Bereich der Schlankheit und die Designstudie (C80/95) an der oberen Grenze der Empfehlung.

Die Untersuchungen zeigen, dass der Einsatz von hochfesten Beton zu einer deutlichen Reduktion
der Trägerhöhe und damit des Konstruktionsgewichtes führt, so dass auch bei großen Spannweiten Konstruktionshöhen von L/25 machbar sind. Insbesondere im Hinblick von Ersatzneubauten mit vorgegebener Gradiente und einzuhaltendem Lichtraumprofil bietet der Einsatz von hochfestem Beton somit ganz neue Möglichkeiten.

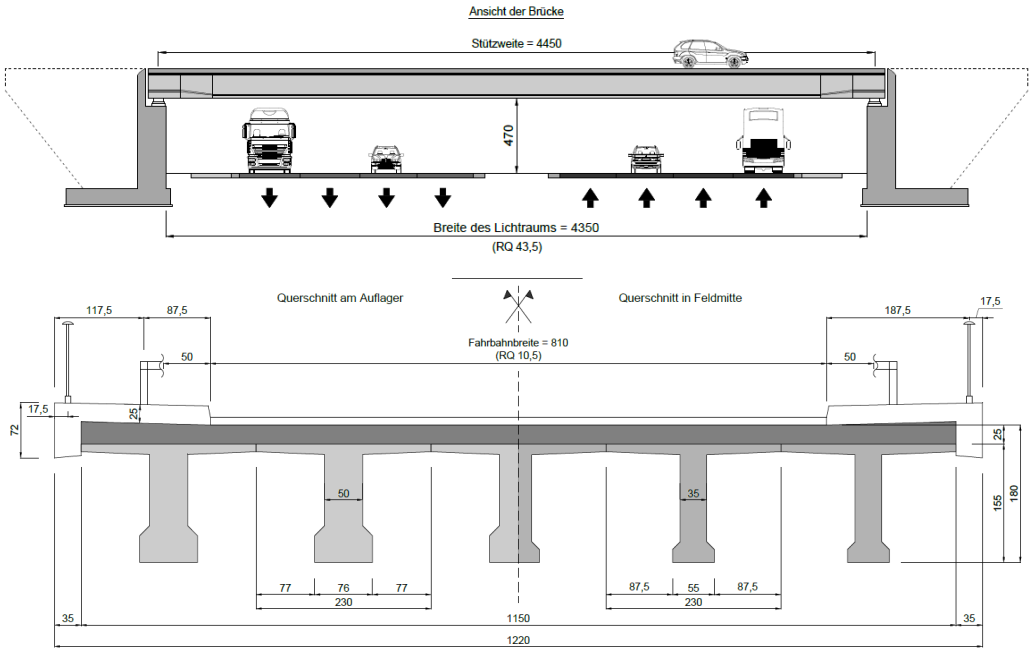


Abbildung 1: Bauwerksansicht (oben) und Überbauquerschnitt mit Vorspannung im nachträglichen Verbund (unten) des Brückenbauwerks mit RQ 10,5 über eine Fahrbahn mit RQ 43,5, Fertigteilträger aus C80/95 (V5)

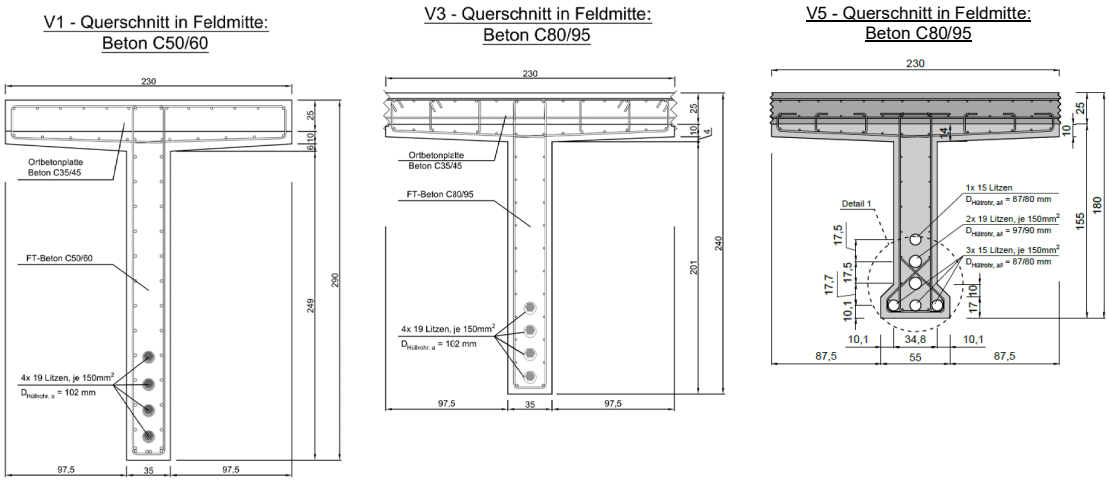


Abbildung 2: Detailausbildung des Feldquerschnitts der Typenentwürfe mit Stegbreite 35 cm für die Varianten V1, V3, und V5

| **Typenentwurf** | **V 1** | **V 2** | **V 3** | **V 4** | **V 5** |
|---|---|---|---|---|---|
| Stegbreite [cm] | 35,0 | 32,5 | 35,0 | 32,5 | 35,0; Fußaufw. |
| Druckfestigkeitsklasse FT | C50/60 | C50/60 | C80/95 | C80/95 | C80/95 |
| Gewicht FT [t] | 135,0 | 124,5 | 114,0 | 103,5 | 104,5 |
| Höhe [m] | 2,90 | 2,80 | 2,40 | 2,25 | 1,80 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Schlankheit L/H [-] | 15,5 | 16,1 | 18,8 | 20,0 | 25,0 |
| Oberfläche Träger [m²] | 317 | 308 | 272 | 258 | 253 |
| Spannstahlmenge [t] | 4,02 | 4,01 | 4,01 | 4,01 | 5,17 |
| Spannverankerungen | 4+4 | 4+4 | 4+4 | 4+4 | 6+6 |

Tabelle 1: Vergleich der Brückenentwürfe hinsichtlich Abmessungen, Gewicht und Spannstahlmenge

# 3. Tragverhalten

Mit wachsender Biegeschlankheit der Spannbetonträger kommt der Kippsicherheit und der dynamischen Beanspruchbarkeit unter Verkehr eine immer größere Bedeutung zu. So stellt sich die Frage nach Grenzen dieser Bauweise bzw. nach Grenzkriterien für den Entwurf.

Auf Basis der Typenentwürfe wurden die Auswirkung des hochfesten Betons auf das Systemverhalten untersucht. Speziell wurde das Stabilitätsverhalten und die dynamische Anregbarkeit des maßgebenden Trägers mit Schlankheit L/H = 25 betrachtet.

## 3.1 Stabilitätsverhalten

Gemäß EC2-2, Abschnitt 5.9 ist eine ausreichende Kippstabilität nachzuweisen. Ein Kippversagen ist hierbei die Folge eines seitlichen Ausweichens des Druckgurtes des um die starke Achse beanspruchten Biegeträgers unter gleichzeitiger Verdrehung des Querschnitts um die Stablängsachse.

Im Endzustand ist ein Kippversagen der Fertigteilträger aufgrund der aussteifenden Ortbetondecke nicht maßgebend. Die Untersuchungen konzentrieren sich daher auf die Bewertung der Kippstabilität im Bauzustand. Es wird die Stabilität des aufgehängten Trägers beim Heben und während des Einbringens der Ortbetonergänzung untersucht.

Für den Kippnachweis wird das nichtlineare Berechnungskonzept der „Doppelten Buchführung“ nach Quast gemäß EC2-2, Abschnitt 5.8.6(3) verwendet. Es zeigt sich, dass der Zustand des aufgehängten Trägers während des Hebens maßgebend ist. Aufgrund der fehlenden Torsionseinspannung lässt sich das Trägerkippen auf ein Gleichgewichtsproblem des verformten (gekrümmten) Trägers zurückführen.

Bei den Berechnungen zum aufgehängten Trägers wird das in der Praxis häufig verwendete Verfahren nach (Stiglat, 1971) und das Verfahren nach (Mast, 1993) zu Vergleichszecke untersucht und die Anwendbarkeit überprüft. Das Verfahren nach Mast ist Grundlage des Regelwerks „PCI Design Handbook“ für die Bewertung der Kippstabilität von Fertigteilspannbetonträgern im Bauzustand in den USA und führt das Trägerkippen auf ein Gleichgewichtsproblem zurück. Während das Verfahren nach Stiglat zu einer Überschätzung der Kippsicherheit führt, konnte die Eignung des Verfahrens nach Mast mithilfe der nichtlinearen Berechnung bestätigt werden.

Mithilfe einer Parameterstudie wurde der Einfluss der Größe der geometrischen Vorverformungen und strukturellen Imperfektionen (Kriechen), der Trägergeometrie (Gurtbreite, Schlankheit L/H, Randabstand der Hebepunkte), der Abfall der Torsionssteifigkeit im Zustand II sowie des Vorspanngrades auf die Kippstabilität untersucht.

Während das Bauteilkriechen aufgrund der Kurzzeitbelastung im frühen Bauwerksalter ($t_0$=7d) und der Einfluss eines Abfalls der Torsionssteifigkeit durch Rissbildung vernachlässigbar ist, bestimmen die Größe der geometrischen Imperfektionen, die Trägergeometrie und die Größe der Teilvorspannung maßgebend die Kippstabilität des aufgehängten Fertigteilträgers.

So zeigt sich eine Abhängigkeit der Kippstabilität vom Vorspanngrad, welcher das Verhältnis der Zugspannungen aus Vorspannung zu den Druckspannungen der äußeren Lasten an der Trägeroberseite beschreibt. So wird bei schlanken Trägern die geringere Biegesteifigkeit des Trägers durch einen höheren Vorspanngrad kompensiert, um die vertikalen Verformungen zu reduzieren und/oder eine Rissbildung im Endzustand unter Verkehr zu vermeiden.

Im Bauzustand wirkt sich sowohl eine negative Überhöhung des FT-Trägers als auch die Zugbeanspruchung des Obergurtes aus Vorspannung ungünstig auf die Kippsicherheit aus. So steigt die Gefahr der Rissbildung im Obergurt infolge einer zweiachsigen Biegebeanspruchung beim Heben des vorverformten Trägers, was die Querbiegetragfähigkeit for Rissbildung herabsetzt und damit die Kippsicherheit signifikant reduziert.

Die Wahl einer Vorspannung im nachträglichen Verbund oder eine Mischbauweise mit Spanngliedern im sofortigen Verbund ist in Hinblick der Kippstabilität im Bauzustand somit zu empfehlen, da nur so ein bauabschnittssweises Aufbringen der Vorspannung möglich ist.

Gemäß den Untersuchungen von König und Pauli (König & Pauli, 1992) stellt die Breite des Druckgurtes die wesentliche Einflussgröße für ein Stabilitätsversagen dar und wird durch das Grenzkriterium gemäß EC2-2, Abschnitt 5.9(3) realitätsnah beschrieben. Letzteres wurde empirisch ermittelt und gilt streng genommen daher nur für gabelgelagerte Träger mit einer Spannweite von bis zu <30 m.

Für den aufgehängten Träger konnte mithilfe einer nichtlinearen Berechnung gezeigt werden, dass ein Einhalten des Grenzkriteriums nach Pauli nicht geeignet ist, die Kippstabilität sicherzustellen.

Für den maßgebenden Fall des aufgehängten Trägers wurde der Einfluss der Trägerschlankheit L/H und des Randabstandes der Hebepunkte auf die Kippsicherheit untersucht. Erwartungsgemäß steigt die Kippsicherheit mit kleinerer Trägerschlankheit und größerem Randabstand der Hebepunkte.

Insgesamt konnte eine ausreichende Kippsicherheit für die erarbeitenden Typenentwürfe nachgewiesen werden. Während des Hebens kann es unter gewissen Voraussetzungen wie ein zu geringer Randabstand der Hebepunkte zum Trägerende zu einer Kippgefährdung kommen. Eine weitere Erhöhung der Schlankheit auf Werte L/H>25 und eine Erhöhung der Spannweite auf Werte >45 m wird daher nicht empfohlen.

Die Untersuchungen zeigten, dass die Kippsicherheit von einer Vielzahl an Parametern abhängt, die sich z.T. gegenseitig bedingen bzw. gegenläufige Effekte haben. Neben geometrischen Größen sind hierbei insbesondere auch Einflüsse aus der Hebekonstruktion (Lage der Anschlagpunkte, eine etwaige Neigung) aber auch Einflüsse wie die Windeinwirkung während der Montage zu nennen, die zusätzlich bei der Festlegung eines Grenzkriteriums zu berücksichtigen sind.

Die Festlegung eines Grenzkriteriums zur Sicherstellung der Stabilität im Hebezustand ist damit insgesamt nicht möglich. Es wird stattdessen empfohlen, das Verfahren nach Robert F. Mast für den Nachweis einer ausreichenden Kippsicherheit der Bauzustände heranzuziehen.

## 3.2 Verformungsverhalten

### 3.2.1 Statische Verformungen

Generell lässt sich das Verformungsverhalten durch eine entsprechende Wahl der Vorspannung und Spanngliedführung in Zusammenspiel mit einer Optimierung der Trägergeometrie günstig beeinflussen.

Mit größerer Schlankheit und/oder Spannweite wächst die Durchbiegung des Überbaus unter Verkehrslast überproportional an. Es zeigte sich, dass die Entwurfsparaemter gemäß ZTV-ING seine Berechtigung haben. So ergaben sich unter Verkehr Verformungen, die im Bereich des zusätzlichen Grenzwertes von L/1000 liegen. Eine weitere Erhöhung der Schlankheit auf Werte L/H>25 und eine Erhöhung der Spannweite auf Werte >45 m wird daher nicht empfohlen.

### 3.2.2 Dynamische Schwingungsanfälligkeit

Gemäß EC1-2 ist die dynamische Anregung infolge einer mittleren Fahrbahnunebenheit und für eine normale Fahrzeugaufhängung bereits in den Flächenlasten enthalten. Für den ungünstigsten Fall wird ein dynamischer Erhöhungsfaktor von 1,70 abgedeckt.

Mithilfe einer dyamischen Untersuchung konnte gezeigt werden, dass die dynamischen Vergrößerungen der Verkehrslasten infolge der Überfahrt über eine spezielle Fahrbahnunebenheit in dieser Größenordnung liegen. Eine Frequenzanalyse der Lastanregung zeigt, dass die Länge der Unebenheiten zusammen mit der Fahrgeschwindigkeit die Frequenzen der Fußpunktanregung des Fahrzeuges bestimmen. So sind kritische Fahrzeugschwingungen in einem Frequenzbereich zwischen 1,5 und 4,0 Hz bzw. 8,0 bis 15,0 Hz je nach Achslast und Federung zu erwarten. Je nach Geschwindigkeit können

Fahrbahnunebenheiten mit Längen zwischen 0,30 und 30 m damit zur kritischen Fahrzeugschwingungen führen.

In Anbetracht, dass die erste Eigenfrequenz der meisten Brückenbauwerken in einem ähnlichen Frequenzbereich von 1,5 bis 8,0 Hz liegt, ist es somit nicht möglich, eine Anregung von Brückenschwingungen gänzlich durch konstruktive Grenzkriterien zu vermeiden.

Im Falle der dynamischen Vergrößerung der Beanspruchung von Längsträgern wurden in (Ludescher, 2003) als wichtigster Parameter das Verhältnis von Nutzlast zu Eigengewicht sowie die Anzahl der Fahrzeuge ermittelt. Eine nennenswerte Vergrößerung findet somit nur statt, wenn sich der für die Bemessung maßgebliche Lastfall aus wenigen schweren Lastwagen zusammensetzt, welche mit bedeutender Geschwindigkeit fahren. Gemäß (Ludescher, 2003) kann die dynamische Vergrößerung praktisch vernachlässigt werden, sofern der maßgebliche Lastfall aus mehr als ca. 6 Schwerfahrzeugen besteht. Für relativ große Brücken ist die dynamische Vergrößerung somit irrelevant. Eine nennenswerte Vergrößerung findet nur statt, wenn sich das maßgebliche Belastungsszenario aus wenigen schweren Lastwagen zusammensetzt, welche mit bedeutender Geschwindigkeit fahren.

Der Grund dafür ist, dass die Amplitude normaler Fahrbahnunebenheiten mit zunehmender Länge zunimmt, was bei Lastwagen wiederum nur bei hohen Geschwindigkeiten zu maximaler Anregung führt. Eine Ausnahme bilden spezielle Fahrbahnunebenheiten, deren Auftreten in Feldmitte einer Brücke jedoch sehr unwahrscheinlich ist. Des Weiteren sinkt die Wahrscheinlichkeit einer synchronen Anregung rapide ab, je mehr Fahrzeuge einen Längsträger belasten.

In den meisten Ländern wird der Vergrößerungsfaktor in Funktion der Spannweite angegeben. So ist beispielsweise gemäß DIN 1072 eine Lastvergrößerung ab einer Spannweite von 50 m vernachlässigbar.

Laut (Ludescher, 2003) ist jedoch weder die Spannweite einer Brücke noch die Grundfrequenz, geeignete Kriterien zur Abschätzung und/oder Begrenzung eines dynamischen Vergrößerungsfaktors der Verkehrslasten. So lässt sich mithilfe der Spannweite zwar zu einem gewissen Grad abschätzen, wie viele Fahrzeuge sich im Ernstfall auf der Brücke befinden; dies gilt allerdings nur, wenn eine bestimmte Konstruktionsform und Mindestfahrbahnbreite vorausgesetzt wird.

Die Grundfrequenz einer Brücke ist insofern von Bedeutung, als „weiche“ Tragwerke grundsätzlich schwingungsanfälliger sind. Sie lässt sich in keinen Zusammenhang mit den für die Tragsicherheit maßgeblichen Lastfällen bringen. Das heißt der Anteil der Verkehrslasten an der Gesamtlast und die Anzahl Fahrzeuge lassen sich nicht berücksichtigen.

Aufgrund dieser Überlegungen wird in (Ludescher, 2003) empfohlen, den zu berücksichtigenden Vergrößerungsfaktors der Verkehrslasten zur Erfassung dynamischer Effekte in Funktion der im jeweiligen Nachweis berücksichtigen Verkehrslast zu ermitteln. Als Maximalwert für den Vergrößerungsfaktor wird 1,4 und als obere Grenze der Verkehrslast gewählt, für welche noch mit dynamischer Vergrößerung gerechnet werden muss, wird eine Gesamtlast von 1500 kN angenommen. Dies entspricht beispielsweise dem Gewicht von sechs Schwerfahrzeugen mit einem mittleren Gewicht von etwas mehr als 250 kN.

Zur Bewertung, inwieweit der normative Ansatz der Verkehrslast gemäß EC1 dynamische Effekte ausreichend abdeckt, wurde für den betrachteten Fall des Brückenbauwerks mit RQ 10,5 und einer Spannweite von 44,5 m die totale Verkehrslast für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit unter Berücksichtigung der Querverteilung der Lasten ermittelt.

Es konnte gezeigt werden, dass eine Lasterhöhung der Bemessungsansätze in diesem Fall nicht erforderlich ist. Es kann damit auf den Nachweis der dynamischen Anregbarkeit insgesamt verzichtet werden.

## 4. Anpassung bestehender Regelwerke

Der Einsatz von Hochleistungsbeton in Kombination mit der Fertigteilbauweise ermöglicht die Herstellung von dauerhaften, sehr schlanken und damit leichten Brückenbauwerken.

Die Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten zeigen, dass sich zur Sicherstellung einer ausreichenden Kippsicherheit im Bauzustand Grenzen dieser Bauweise hinsichtlich der Schlankheit und Spannweite ergeben. So sieht der aktuelle Entwurf der BEM-ING eine

Begrenzung der Spannweite auf L≤45 m und der Schlankheit auf Werte von L/H≤25 m bei Einfeldträgern vor; eine weitere Erhöhung dieser Werte in Hinblick einer ausreichenden Kippsicherheit im Bauzustand und einer Verformungsbegrenzung unter Gebrauchslast wird nicht empfohlen.

Entsprechend wird empfohlen, die Begrenzung der Einzelstützweite für Spannbetonfertigteile auf 35,0 m gemäß RE-ING anzupassen.

Der Entwurf der BEM-ING sieht aktuell eine Mindestabmessung der Stegbreite auf 35 cm vor. Bei einer qualitätsgesicherten Produktion im Fertigteilwerk wird unter Berücksichtigung der betontechnologischen Eigenschaften des hochfesten Betons eine Mindeststegdicke von 32,5 cm auch in Hinblick der Sicherstellung der Trägerstabilität und der dynamischen Anregbarkeit als ausreichend erachtet und führt insbesondere bei Konstruktionen mit Trägerhöhen von L/15 bis L/20 zu einer deutlichen Reduktion des Trägergewichtes.

## 5. Literaturverzeichnis


König, G. & Pauli, W., 1992. *Nachweis der Kippstabilität von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton,* s.l.: Beton- und Stahlbetonbau, Volume 87, Issue 5.

Ludescher, H., 2003. Berücksichtigung von dynamischen Verkehrslasten beim Tragsicherheitsnachweis von Strassenbrücken. *Dissertation, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE.*

Mast, R. F., 1993. Lateral Stability of Long Prestressed Concrete Beams, Part 2. *PCI Journal,* Band V. 38, No. 1, pp. S.. 70-88..

Stiglat, K., 1971. Näherungsberechnung der kritischen Kipplasten von Stahlbetonbalken. *Die Bautechnik 48,* Band Heft 3, pp. S. 98-100.

# Summary

# Precast bridges using high-strength concrete

## 1. Introduction

In bridge engineering, the maximum permissible concrete strength is actually limited to the class C50/60. Since control of temperature during production, placement, and curing play crucial role in the quality, strength, and durability of high-performance concrete, this restriction shall be lifted for prefabricated parts of bridge structures that are manufactured under factory conditions.

The project aims at systematically investigating the effects of planning bridges with prefabricated parts made of high-strength concrete. In particular, the question of the limits of this construction method, e.g. to avoid dynamic excitation under traffic or to ensure stability, should be answered, potential savings in cross-sectional dimensions and weight should be quantified and additional rules or design parameters for the planning of road bridges should be worked out.

In the first step, standardized designs of a single-span bridge allowing a column-free transfer of an eight-lane motorway (RQ 43,5) were developed. The structure consists of a prefabricated post-tensioned prestressed bridge girder with cast-in-place concrete deck concrete. In order to quantify the influence of the high-strength concrete, designs with precast girders made of high-strength concrete and those made of normal concrete are examined and compared.

The cross-section design was developed based on the draft of the BEM-ING which gives information on minimum dimensions as well as recommendations on the maximum weight of prefabricated beams and the construction height. For example, for single-span girders with spans up to 45 m, the slenderness of the overall cross-section should be between L/H=15 and L/H=25 and the overall weight should not exceed 110 tons to ensure transport and assembly.

Based on the developed standardized designs, the effect of the high-strength concrete on the system behavior was examined. In particular, the stability of the structure and the dynamic excitability were considered.

## 2. Designs

In the following, the effects of the use of high-strength concrete on the load-bearing behavior and the design and construction of precast bridges are examined. With the help of an optimization, the dead weight, the construction height should be minimized.

For this purpose, a comparative design is carried out on an exemplarily chosen structure with RQ 10,5 for the overpass of a roadway with RQ 43,5. The structure consists of five prefabricated post-tensioned prestressed girders with a 25 cm thick cast-in-place concrete deck out of normal strength concrete. The width of the top flange of each girder is 2.30 m. The building view and cross-section is shown in Figure 1.

In total, five standardized designs are considered, see Figure 2. The cross-sectional design (V1) with a precast girder using concrete of strength C50/60 represents the reference solution using normal strength concrete. The dimensions were chosen regarding the minimum dimensions according to the draft of the BEM-ING. In order to reduce the weight of the structure in a second design (V2), the web width of the prefabricated girder was reduced to a value of 32.5 cm and thus deviated from the required minimum value of 35 cm pursuant to BEM-ING. In order to investigate the influence of the high-strength concrete on the design, similar cross-sectional designs were considered but a high-strength concrete of quality C80/95 for the precast girders (V3, V4) was chosen.

As part of a design study, a cross sectional design using high-strength concrete with a high slenderness (V5) is developed considering the minimum recommended slenderness H = L/25 pursuant to BEM-ING. The latter is the basis for the investigation of systems behavior such as the risk of stability failure and dynamic excitation.

To determine the savings potential of the different cross-sectional designs, the total girder heights (precast girder including in-situ concrete plate), the dead weight of the precast girder and the required amount of prestressing steel are compared. The comparison is shown in Table 1. It must be noted that all drafts are in the range of the recommended slenderness (L/H) pursuant to the draft of the BEM-ING, i.e. between L/H = 15 up to L/H = 25. To be precise, the reference design V1 (C50/60) covers the lower limit of the recommended slenderness of the cross-section L/H=15, whereas the cross-sectional design V5 (C80/95) covers the upper limit of the recommendation.

The investigations show that the use of high-strength concrete leads to a significant reduction of the beam height and thus the construction weight of approx. 20 to 25%, so that construction heights of L/25 are feasible even with large spans. Thus, the use of high-strength concrete offers new possibilities, particularly with regard to the replacement of older bridges with given requirements concerning the given gradient and clearance profile.

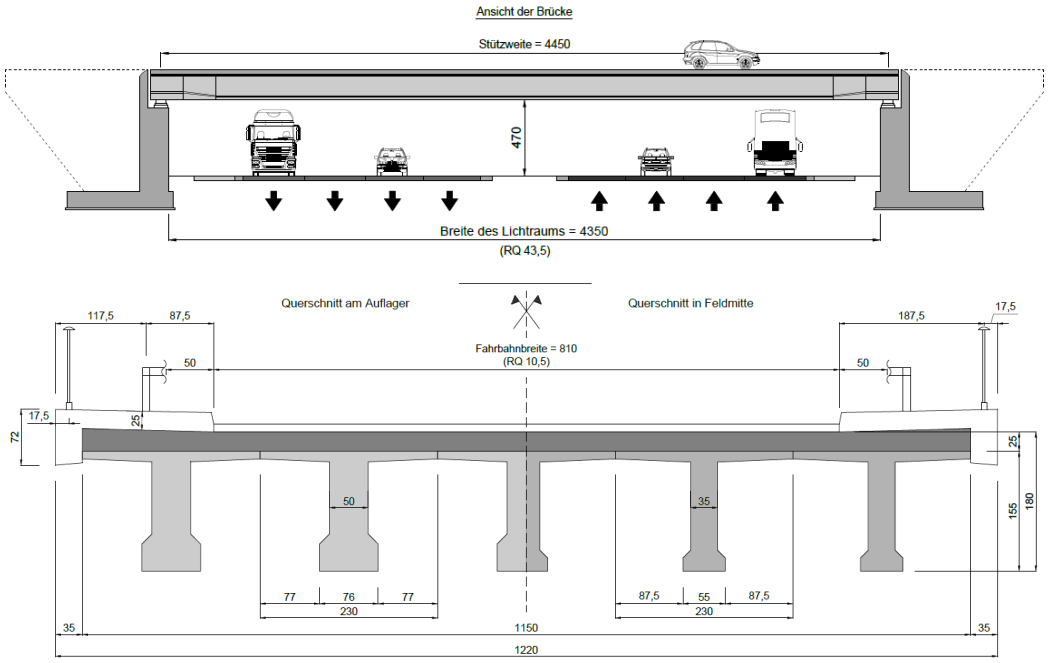


Figure 1: Building view (top) and cross-sectional view (bottom) of the standardized design of a bridge with RQ 10,5 over a road with RQ 43,5, prefabricated girder C80/95 (V5)

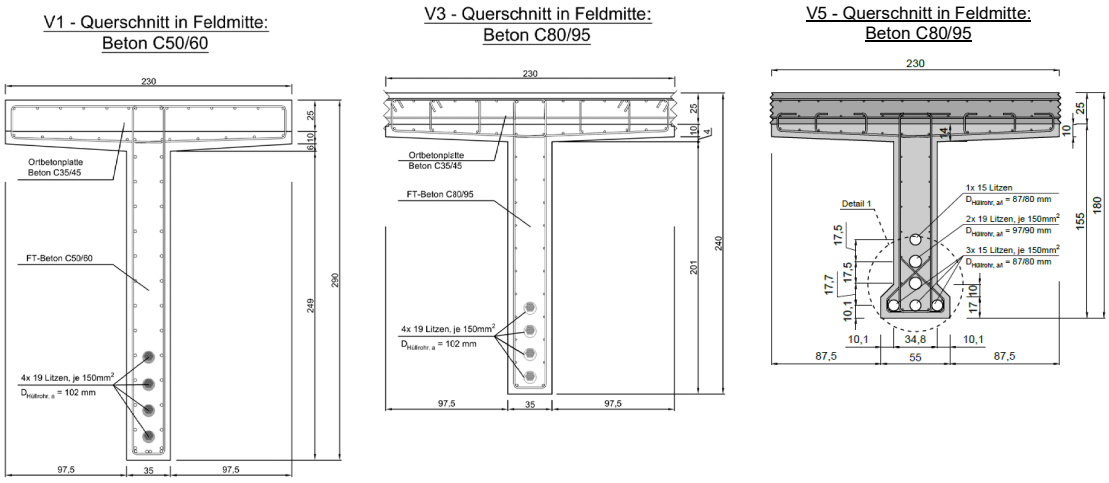


Figure 2: Cross-sectional design in midspan for the case choosing a web width of 35 cm (i.e. V1, V3, and V5)

| **Designs** | **V 1** | **V 2** | **V 3** | **V 4** | **V 5** |
|---|---|---|---|---|---|
| Web width [cm] | 35.0 | 32.5 | 35.0 | 32.5 | 35.0; bottom expansion |
| Concrete class of the prefab. girder | C50/60 | C50/60 | C80/95 | C80/95 | C80/95 |
| Weight of the prefabricated girder [t] | 135.0 | 124.5 | 114.0 | 103.5 | 104.5 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Total hight [m] | 2.90 | 2.80 | 2.40 | 2.25 | 1.80 |
| Slenderness L/H [-] | 15.5 | 16.1 | 18.8 | 20.0 | 25.0 |
| Surface girder [m²] | 317 | 308 | 272 | 258 | 253 |
| Amount of prestressing steel [t] | 4.02 | 4.01 | 4.01 | 4.01 | 5.17 |
| Number of prestressing anchorages [-] | 4+4 | 4+4 | 4+4 | 4+4 | 6+6 |

Table 1: Comparison of the bridge designs regarding dimensions, weight and amount of prestressing steel

## 3. System's behaviour

With increasing bending slenderness of the prestressed concrete beams and the associated higher material utilization, the lateral torsional stability and the dynamic excitation under traffic are becoming increasingly important.

Thus, based on the developed bridge constructions of the design study, the effect of the high-strength concrete on the system behavior was examined. In particular, the stability of the structure and the dynamic excitability were considered.

### 3.1 Stability

A stability failure is the result of a lateral deflection of the compressive flange of the bending beam stressed around the strong axis with simultaneous twisting of the cross section around the longitudinal beams' axis.

In the final state, a torsional stability failure of the precast girders is not decisive due to the cross-sectional stiffness of the in-situ concrete slab. The investigations therefore concentrate on the assessment of the lateral stability in the construction state, i.e. the stability of the hanging girder during lifting, lowering of the girder during erection and the stability during placement of the in-situ concrete back-up is examined.

The non-linear calculation concept according to Quast in accordance with EC2-2, Section 5.8.6(3) is used for the verification of the stability behavior. It turns out that the state of the hanging beam during lifting is decisive. In this case, due to the lack of torsional restraint, the beam tilting can be traced back to an equilibrium problem of the deformed (curved) beam (Mast, 1993).

In the calculations for the suspended beam, the results of the nonlinear analysis and the method according to (Stiglat, 1971), which is frequently used in practice, and the method according to (Mast, 1993) are compared in order to verify the applicability of these approaches. The method by Mast is the basis of the "PCI Design Handbook" set of rules for evaluating the lateral stability of precast prestressed concrete beams in the construction state in the USA by solving an equilibrium problem. While the method according to Stiglat leads to an overestimation of the safety against stability failure, the suitability of the method according to Mast could be confirmed with the help of the non-linear calculation and is recommended for the preliminary design.

With the help of a parametric study, the influence of the size of the geometric and structural pre-deformations caused by fabrication tolerances, temperature and creep, the beam's geometry (e.g. flange width $b_F$, slenderness L/H, the distance a of the lifting points to the end of the beam), the decrease of torsional stiffness due to cracking and the degree of prestressing of the hanging beam on the lateral stability was examined.

The investigations showed that creep deformations can be neglected due to short-term loading at an early age of the structure ($t_0$=7d). The influence of a drop in torsional rigidity caused by cracking is also negligible. This shows that due to the lack of torsional restraint during lifting, the beam tilts almost rigidly around the axis between the support points, i.e. with very little twisting. In the case of the suspended beam, it was also shown that the beam remains uncracked in the final equilibrium position of the hanging beam.

The size of the geometric imperfections, the girder geometry as well as the degree of prestressing of the suspended girder decisively determine the tilting stability of the suspended precast girder.

The lateral stability depends on the degree of prestressing, which describes the ratio of the tensile stresses from prestressing to the compressive stresses of the external loads on the upper side of the beam. In the case of slender beams, for example, the lower bending

stiffness of the beam is usually compensated by a higher degree of prestressing in order to reduce vertical deformation and/or to avoid cracking in the final state under traffic.

However, a negative elevation of the precast girder due to camber as well as the tensile stresses on the upper flange caused by prestressing decreases the lateral stability. This increases the risk of cracks forming in the top chord as a result of biaxial bending stress when the pre-deformed beam is lifted. Due to the resulting drop in rigidity, the risk of sudden failure increases with a further increase in rotation (e.g. due to wind effects; assembly inaccuracies during lifting) (Mast, 1993).

In order to reduce the prestressing during construction, the choice of prestressing in subsequent bonding or a mixed construction with tendons in immediate bonding is therefore recommended to insure lateral stability.

According to the investigations by König and Pauli (König & Pauli, 1992), the width of the compression flange is the main influencing factor for stability failure. The required value to ensure stability can be determined by the limit criterion according to EC2-2, Section 5.9(3). It must be noted that the latter was determined empirically and thus only applies to beams with a span of up to <30 m and torsional restraint. Thus, it is used only for comparison purposes.

For the hanging beam, it was shown using a nonlinear calculation that compliance with the Pauli limit criterion is not suitable for ensuring the lateral stability of the girder.

The investigation of the influence of the slenderness of the hanging girder L/H and the distance of the lifting loops to the end of the beam on the lateral stability shows, that the safety against stability failure increases with smaller beam slenderness and larger edge distance of the lifting loops.

Overall, sufficient lateral stability for the developed standardized designs could be demonstrated. During lifting, there is a risk of stability failure under certain conditions, such as a too small distance of the lifting points to the end of the beam. A further increase in slenderness to values L/H>25 and an increase in span to values >45 m is therefore not recommended.

The investigations showed that the lateral stability depends on a large number of parameters, some of which are mutually dependent or have opposing effects. In addition to geometric variables, influences from the lifting device (position of the attachment points, inclination) and influences such as the effect of wind during construction should be mentioned, which must also be taken into account when defining a limit criterion.

It is therefore not possible to set a limit criterion to ensure stability in the lifting state. Instead, it is recommended to use the method according to Robert F. Mast to prove that the construction conditions are sufficiently resistant to stability failure.

## 3.2 Deformation behavior

### 3.2.1 Static deformation

In general, the deformation behavior can be favorably influenced by an appropriate choice of prestressing and tendon geometry in conjunction with optimization of the beam geometry.

With greater slenderness and/or span, the deflection of the superstructure under traffic load increases disproportionately. It turned out that the design parameters according to ZTV-ING are justified. This resulted in deformations under traffic that were in the range of the additional limit value of L/1000.

Thus, a further increase in slenderness to values L/H>25 and an increase in span to values >45 m is not recommended.

### 3.2.2 Dynamic excitation

In order to investigate the dynamic excitation of the structure, dynamic calculations were carried out for the bridge design V5 with slenderness L/H=25.

Pursuant to EC1-2, the dynamic amplification of the traffic loading was calculated considering average roughness of the road pavement and dynamic characteristic of the lorries. According to EC1-2, the dynamic effect of a roadway results in dynamic factors of up to 1.7

which are is already included in the area loads. It could be shown that the dynamic amplification of the axle loads are of this order of magnitude.

A frequency analysis of the load excitation of a lorry caused by the passage of a local road surface irregularities of the vehicle's base excitation. It turns out that critical vehicle vibrations are to be expected in an excitation frequency range between 1.5 and 4.0 Hz or 8.0 to 15.0 Hz, depending on the axle load and dynamic characteristics. Depending on the speed, road surface irregularities of 0.30 up to 30 m in length can lead to critical vehicle vibrations.

Thus, taking into account that the first natural frequency of most bridges is in a similar frequency range of 1.5 up to 8.0 Hz, it is impossible to completely avoid bridge vibrations by restricting the eigenfrequency to a certain range.

A significant dynamic excitation only needs to be taken into account for load cases which are relevant for the structural safety and consists of a few heavy trucks driving at a significant speed. According to (Ludescher, 2003), the dynamic increase can be practically ignored if the relevant load case consists of more than approx. six heavy vehicles. The dynamic increase is therefore irrelevant for relatively large bridges. A significant increase occurs only when the relevant load scenario consists of a few heavy trucks driving at significant speeds.

The reason for this is that the amplitude of normal irregularities in the roadway increases with increasing length, which in turn only leads to maximum excitation for trucks driving at high speeds. An exception are special surface irregularities, which, however, are very unlikely to occur at the midspan of the bridge. Furthermore, the probability of a synchronous excitation decreases rapidly with the number of vehicles.

In most countries, the magnification factor is given as a function of span. For example, according to DIN 1072, an increase in load is negligible from a span of 50 m. However, according to (Ludescher, 2003), neither the span of a bridge nor the fundamental frequency is suitable criteria for estimating and/or limiting a dynamic increase factor for traffic loads. With the help of the span, it is possible to estimate to a certain extent how many vehicles are on the bridge but at least a sufficient width of the roadway must be provided.

The fundamental frequency of a bridge is important insofar as "soft" structures are generally more susceptible to vibration. It cannot be brought into any connection with the load cases that are decisive for the structural safety. This means that the share of traffic loads in the total load and the number of vehicles cannot be taken into account.

Based on these considerations, (Ludescher, 2003) recommends to determine the amplification factor as a function of the total traffic load to be considered in the respective verification. A value of 1.4 is selected as the maximum value for the amplification factor and a total load of 1500 kN is assumed as the upper limit of the traffic load, for which dynamic amplification must still be considered in the design. This corresponds, for example, to the weight of six heavy truck with an average weight of approximately 250 kN.

In order to evaluate if the load model LM1 according to EC1 sufficiently covers dynamic effects, the total traffic load for the verification of the decisive girder of the bridge with span 44.5 m and RQ10 in the ultimate and service limit state was evaluated taking into account the cross distribution of the loading. It could be shown that dynamic effects are already sufficiently considered in the load model and, thus, a dynamic investigation of bridges with girders according to the current draft of the BEM-ING can be omitted.

## 4. Adaption of existing regulations

The use of high-performance concrete in combination with precast construction enables the production of durable, very slim and therefore light bridge structures.

The investigations of the stability behavior show that there are limits to this type of construction in terms of slenderness and span in order to ensure sufficient security against failure during construction. The current BEM-ING draft recommends a limitation of the span to $L \leq 45$ m and the slenderness to values of $L/H \leq 25$ m for single-span girders; a further increase in these values with regard to sufficient security against tipping in the construction state is not recommended.

Accordingly, it is recommended to adjust the limitation of the single span for prestressed concrete bridges to 35.0 m according to RE-ING.

Pursuant to BEM-ING draft, currently a minimum web width of at least 35 cm is required. With quality-assured production in the precast plant, taking into account the concrete-technological properties of the high-strength concrete, a minimum web thickness of 32.5 cm is also considered sufficient with regard to ensuring beam stability and dynamic excitability and leads in particular to constructions with beam heights of L/15 to L/20 to a significant reduction in the transport weight.

## 5. Bibliography


König, G. & Pauli, W., 1992. *Nachweis der Kippstabilität von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton,* s.l.: Beton- und Stahlbetonbau, Volume 87, Issue 5.

Ludescher, H., 2003. Berücksichtigung von dynamischen Verkehrslasten beim Tragsicherheitsnachweis von Strassenbrücken. *Dissertation, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE.*

Mast, R. F., 1993. Lateral Stability of Long Prestressed Concrete Beams, Part 2. *PCI Journal,* Band V. 38, No. 1, pp. S.. 70-88..

Stiglat, K., 1971. Näherungsberechnung der kritischen Kipplasten von Stahlbetonbalken. *Die Bautechnik 48,* Band Heft 3, pp. S. 98-100.