

**Gutachterliche Stellungnahme zum thermischen Verhalten von
beheizten Fahrbahnplatten und deren Temperierungssystemen
auf Brücken**

- Schlussbericht –

Untersuchungen für das
Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung (BMVBS),
vertreten durch die
Bundesanstalt für Straßenwesen

FE-Nr.: 89.0285/2013

Aachen, 28. Februar 2014

Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann

Dr. Ing. Daniel Pak
Dipl.-Ing. Dominik Pyschny

75 Seiten einschließlich Deckblatt

Inhalt:

1	Anlass	5
2	Aufgabenstellung und Vorgehen	6
3	Technische Angaben	8
3.1	Zugrunde gelegte Unterlagen	8
3.2	Temperierungssysteme auf Brücken – Geometrie, Material, Belastung	8
3.3	Vorgehensweise	9
3.4	Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x)$ im maßgebenden Querschnitt – eingeschwungener Zustand („steady state“), $T_U = const$	10
3.5	Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x)$ im maßgebenden Querschnitt – eingeschwungener Zustand („steady state“), $T_U = beliebig$	14
3.6	Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x,t)$ im maßgebenden Querschnitt, $T_U = const$	15
3.7	Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x,t)$ im maßgebenden Querschnitt, $T_U = beliebig$	18
3.8	Ermittlung der Oberflächentemperatur T_O zum Zeitpunkt t basierend auf der Temperaturentwicklung $T_w(x,t)$	19
4	Beschreibung des verwendeten Finite Elemente (FE) Modells	22
4.1	FE-Modell Betonfahrbahn	22
4.2	FE-Modell Stahlfahrbahn	23
4.3	Wärmeübergangskoeffizient Wasser - Rohr	24
5	Ermittlung des Einflusses benachbarter Rohre sowie unterschiedlicher Rohrkonfigurationen („Rohrbögen“)	27
6	Grenzbetrachtungen / Aufzeigen der Systemgrenzen	29
6.1	Stahlbrücke / Verbundbrücke	29
6.2	Bauwerkstemperatur / Außentemperatur („Starttemperatur“)	33
6.3	Vorlaufzeit	33
6.4	Fließgeschwindigkeit	34
6.5	Möglicher Einsatz des Systems ohne Wärmepumpe	34
7	Schlussfolgerungen	37
8	Literaturverweise und Dokumente	37
Anhang A Validierung der Berechnungsergebnisse an einem Versuch im Deckenprüfstand		38
Anhang A.1	Messungen am Deckenprüfstand	38
Anhang A.2	Handrechenergebnisse, basierend auf FE-Untersuchungen	40
Anhang B Vorbemessungstafeln (Verbundbrücke)		44
Anhang B.1	Verbundbrücke, $T_w = 10^\circ\text{C}$	45
Anhang B.2	Verbundbrücke, $T_w = 12^\circ\text{C}$	50

Anhang B.3	Verbundbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$	55
Anhang C	Vorbemessungstafeln (Stahlbrücke).....	60
Anhang C.1	Stahlbrücke, $T_w=10^\circ\text{C}$	61
Anhang C.2	Stahlbrücke, $T_w=12^\circ\text{C}$	66
Anhang C.3	Stahlbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$	71

1 Anlass

Im Rahmen des Forschungsprojektes FE 15.401/2004/ARB wurden vom Institut für Stahlbau der RWTH Aachen umfangreiche Untersuchungen zu beheizten Fahrbahnplatten und deren Temperierungssystemen auf Brücken vorgenommen.

Die konstruktiven sowie thermischen Fragestellungen das neue System betreffend wurden geklärt und ermöglichten u.a. die Ausstattung der Kanalbrücke Berkenthin mit dem neuartigen Temperierungssystem. Eine Dimensionierungshilfe, welche eine Optimierung des Systems in der Planungsphase erleichtert, ist jedoch nicht vorhanden. Diese wird im Rahmen des Projektes „Gutachterliche Stellungnahme zum Thermischen Verhalten von beheizten Fahrbahnplatten und deren Temperierungssysteme auf Brücken“ entwickelt.

2 Aufgabenstellung und Vorgehen

Zur Entwicklung der Dimensionierungshilfe sind folgende Schritte erforderlich:

1. Aufstellen einer Temperaturgleichung $T_w(x)$ für den eingeschwungenen Zustand („Steady State“) über die Rohrlänge
 - a. unter gleichen Randbedingungen (Temperatur Oberkante Bauwerk = Temperatur Unterkante Bauwerk) ([Kapitel 3.4](#))
 - b. unter beliebigen Randbedingungen ([Kapitel 0](#))

Als Eingangsparameter dienen:

- Wärmestrom "Q" über den Rohrumfang in einem beliebigen Schnitt [W/mm] im eingeschwungenen Zustand (mittels der Finite Elemente Methode, FE, 2D)
- Volumenspezifische Wärmekapazität „c“ des Trägermediums
- Fläche des Rohrquerschnitts „ A_w “
- Fließgeschwindigkeit „v“
- Vorlauftemperatur „ T_0 “

Die Lösung der Differentialgleichung liefert eine Temperaturgleichung, welche es ermöglicht, die Temperatur des Trägermediums im eingeschwungenen Zustand an jeder beliebigen Stelle des Rohres zu ermitteln (-> Rücklauftemperatur). Liegen Randbedingungen wie unter b) beschrieben vor, ist die Ermittlung des Wärmestroms zu zwei Zeitpunkten erforderlich (z.B. $T_1=600$ sec, T_2 =eingeschwungen).

2. Aufstellen der Temperaturgleichung $T_w(x,t)$ für den nicht eingeschwungenen Zustand („Transient State“) über die Rohrlänge

Die Temperaturgleichung $T_w(x,t)$ erweitert die unter 1.a) ([Kapitel 3.6](#)) bzw. 1.b) ([Kapitel 3.7](#)) ermittelte Gleichung $T_w(x)$. Hierzu wird der mittels FE bestimmte Wärmestrom „Q“ für eine gegebene Vorlauftemperatur über die Zeit aufgetragen und durch eine Regressionsanalyse approximiert.

3. Ermittlung des Einflusses „Interaktion zwischen benachbarten Rohren“ ([Kapitel 5](#))

Der Einfluss unterschiedlicher Temperaturen in benachbarten Rohren wird mit Hilfe eines FE-Modells (2D, „Steady State“) ermittelt; die Ergebnisse fließen (soweit erforderlich) über einen Korrekturfaktor in die Gleichung ($T_w(x,t)$, siehe 2.) ein.

4. Ermittlung des Einflusses unterschiedlicher Rohrkonfigurationen („Rohrbögen“) ([Kapitel 5](#))

Der Einfluss der Rohrbögen auf den abgegebenen Wärmestrom „Q“ wird anhand eines 3D-FE Modells ermittelt:

- Ermittlung des Gesamtwärmestroms „Q“ unter Konfiguration „A“ (Rohrregister längs zur Fahrbahn) ($T_1=600$ sec, T_2 =eingeschwungen)
- Ermittlung des Gesamtwärmestroms „Q“ unter Konfiguration „B“ (Rohrregister quer zur Fahrbahn) ($T_1=600$ sec, T_2 =eingeschwungen)
- Vergleich der Ergebnisse, falls nötig Ermittlung eines Korrekturfaktors für Temperaturgleichung ($T_w(x,t)$, siehe 2.)

5. Validierung der Berechnungsergebnisse an einem Versuch im Deckenprüfstand ([Anhang A](#))

Ermittlung der Rücklauftemperaturen über die Zeit, Vergleich mit berechneten Ergebnissen (Probekörper: Stahl-Verbunddecke mit Rohrsystem)

6. Erstellung eines Formelwerkes zur Dimensionierung der Rohrregister ([Anhang B](#), [Anhang C](#))

- Temperaturgleichung $T_w(x,t)$ wie unter (2.) ermittelt und unter (5.) validiert
- Korrekturfaktoren für Bögen (4.) sowie Interaktion zwischen den Rohren (3.) (soweit Einfluss vorhanden)
- Eingangsparameter für die Temperaturgleichung für unterschiedliche Brückenkonfigurationen (zu ermitteln mittels FE, wie unter 1. und 2. beschrieben)

- Variation: Brückenaufbau: Betonfahrbahnplatte einer Verbundbrücke / orthotrope Fahrbahnplatte
- Variation: Reaktionszeit / Vorlaufzeit: 1h, 2h, 4h
- Variation: Fahrbahn- bzw. Brückentemperaturen: -6°C, -4°C, -2°C, 0°C, 2°C,
- Variation: Wassertemperatur (Vorlauftemperatur): 10°C, 12°C, 14°C
- Variation: Fließgeschwindigkeit / Fördervolumen: 100l/h, 200l/h, 400l/h
- konstant: Rohrabstand (10cm), Rohrmaterial (PE-Xa) und -durchmesser (20mm), Rohrlage, Schichtdicken (Schutz- und Deckschicht)

Einen Hauptteil der Dimensionierungshilfe stellen Diagramme dar, um dem Anwender einen schnellen Überblick über die Gesamtzusammenhänge zu geben.

7. Erstellung eines Excel-Tools zur Dimensionierung der Rohrregister

Zur Dimensionierung des Temperierungssystems auch über die gewählten Parametergrenzen hinaus wird ein Excel-Tool erstellt. Dieses wird dem Anwender auf geeignete Weise zugänglich gemacht.

8. Grenzbetrachtungen / Aufzeigen der Systemgrenzen (Kapitel 6)

Durch Grenzwertbetrachtungen werden realistische Systemgrenzen aufgezeigt (Rohrlänge, Anzahl der Windungen, Pumpenkapazität, Vor- und Rücklauftemperaturen). Die Parameter werden basierend auf einem Grundsystem variiert, um deren Einfluss auf das System identifizieren zu können.

Im Rahmen der Untersuchungen (Schritt 6. und 7.) werden folgende Systeme betrachtet:

Tabelle 1: Zu variierte Parameter im Rahmen der Arbeitsschritte (6.) und (8.)

		Vorlaufzeit 1h									Vorlaufzeit 2h									Vorlaufzeit 4h									
		Temperatur Wasser									Temperatur Wasser									Temperatur Wasser									
		10°C			12°C			14°C			10°C			12°C			14°C			10°C			12°C			14°C			
		Fördervolumen									Fördervolumen									Fördervolumen									
		A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
Verbundbrücke	Brückentemperatur	-6°C																											
		-4°C																											
		-2°C																											
		0°C																											
		2°C																											
orthotrope Platte	Brückentemperatur	-6°C																											
		-4°C																											
		-2°C																											
		0°C																											
		2°C																											

jeweils ein Diagramm

3 Technische Angaben

Die technischen Angaben wurden vom Auftraggeber „Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung (BMVBS)“, vertreten durch die „Bundesanstalt für Straßenwesen“, bereitgestellt.

3.1 Zugrunde gelegte Unterlagen

Folgende Unterlagen wurden vom Auftraggeber zur Verfügung gestellt:

- [1] BAST-Bericht B 87, Vermeidung von Glättebildung auf Brücken durch die Nutzung von Geothermie

Darüber hinaus wurden für die Untersuchungen weitere Dokumente und Richtlinien verwendet:

- [2] Mackert, K.-U., Kanalbrücke Berkenthin mit temperierter Fahrbahn
- [3] Rehau Produktinformation RAUGEO stabil Rohr
- [4] Taschenbuch für Heizung + Klimatechnik

3.2 Temperierungssysteme auf Brücken – Geometrie, Material, Belastung

Die den Untersuchungen zu Grunde gelegten Brückenquerschnitte (inkl. Schutz- und Deckschicht sowie Temperierungssystem) weisen folgende Spezifikationen auf:

1. Betonfahrbahntafel einer Verbundbrücke (System A, „Verbundbrücke“):
 - a. Aufbau:
 - Deckschicht: $h = 35\text{mm}$ (Abbildung 1, [2])
 - Zwischenschicht: $h = 45\text{mm}$ (Abbildung 1, [2])
 - Schutzschicht: $h = 30\text{mm}$ (Abbildung 1, [2])
 - Dichtungsschicht: $h = 10\text{mm}$ (Abbildung 1, [2])
 - Betonfahrbahntafel: $h = 320\text{mm}$ (Abbildung 1, [2])
 - Rohrregister (Lage): auf der Schutzschicht
 - b. Rohrregister:
 - Material: PE-Xa mit Aluminiumummantelung [3]
 - Rohrabmessungen: $d = 25\text{mm}$ (Außendurchmesser), $t = 2,3\text{mm}$
 - Rohrabstand: $b = 100\text{mm}$
 - c. Belastung:
 - Temperatur: -6°C , -4°C , -2°C , 0°C , 2°C
2. Orthotrope Fahrbahnplatte (System B, „Stahlbrücke“):
 - a. Aufbau:
 - entspricht dem Aufbau aus System A, jedoch anstelle der Betonfahrbahntafel:
 - orthotrope Platte: $a = 300\text{mm}$
 $e = 300\text{mm}$
 $t_{\text{Dbl}} = 14\text{mm}$
 $h_{\text{Rippe}} = 200\text{mm}$
 $t_{\text{Rippe}} = 12\text{mm}$
 - b. Rohrregister:
 - entspricht dem Aufbau aus System A
 - c. Belastung:
 - entspricht den Belastungen aus System A

Die geometrischen Abmessungen des Überbaus sind gemäß diesen Angaben in Abbildung 1 dargestellt.

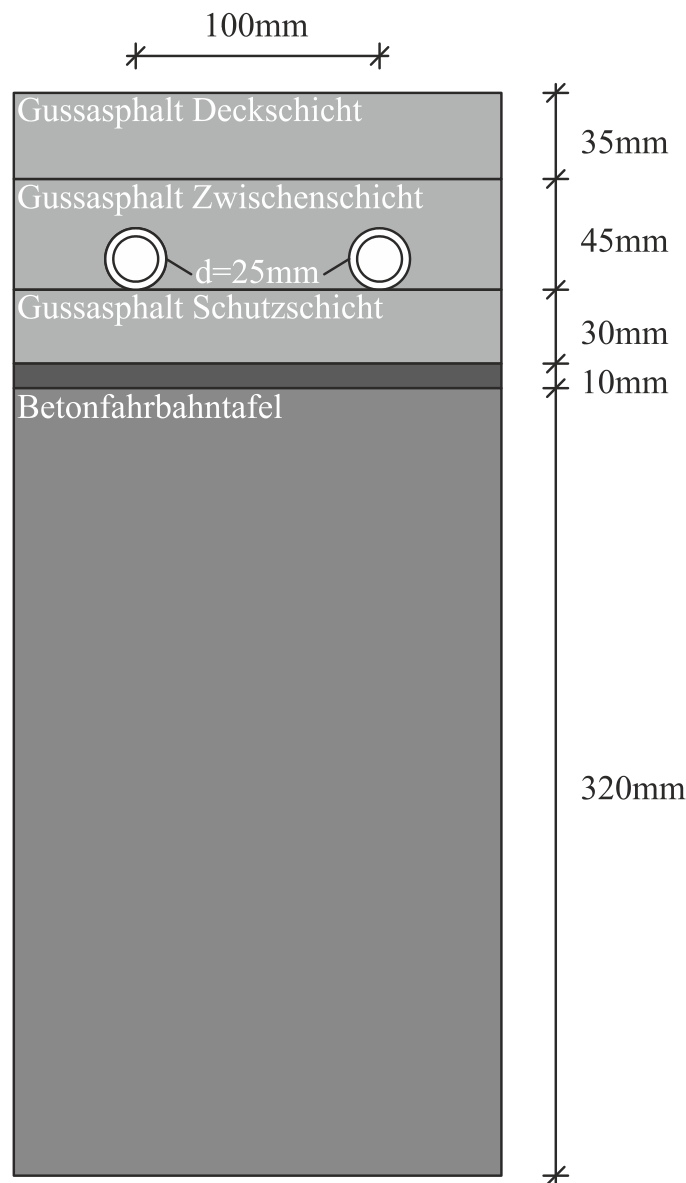


Abbildung 1: Kanalbrücke Berkenthin mit temperierter Fahrbahn, Fahrbahnaufbau

3.3 Vorgehensweise

Die Temperatur auf Fahrbahnoberfläche T_o hängt von folgenden Parametern ab:

- Aufbau des Fahrbahnsystems (inkl. Lage und Abstand der Rohre)
- Außen- / Umgebungstemperatur T_U
- Temperatur des Mediums (z.B. Wasser) $T_{w,v}$ (Vorlauftemperatur)
- Fließgeschwindigkeit des Kühlmediums v
- Position des betrachteten Querschnitts / Rohrlänge L
- Vorlaufzeit T (Reaktionszeit)

Die Ermittlung der Temperatur T_o erfolgt in zwei konsekutiven Schritten:

- Ermittlung der Temperaturentwicklung $T_w(x,t)$ im maßgebenden Querschnitt (Rücklauftemperatur) bis zum Zeitpunkt T (Reaktionszeit)
- Ermittlung der Oberflächentemperatur T_o zum Zeitpunkt T basierend auf der Temperaturentwicklung $T_w(x,t)$

3.4 Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x)$ im maßgebenden Querschnitt – eingeschwungener Zustand („steady state“), $T_U = const$

Die Temperatur des Mediums T_w nimmt über die Länge des Rohres ab, da diesem aufgrund des vorherrschenden Temperaturgefälles Wärme entzogen wird. Der Wärmestrom steigt hierbei linear zum Temperaturgefälle an, im Gleichgewichtszustand ($T_w = T_{Bauteil}$) findet kein Wärmetransport statt.

Mit Hilfe einer Finite-Elemente-Berechnung wird zunächst für den eingeschwungenen Zustand der Wärmestrom für ein frei gewähltes Temperaturgefälle ($T_{w,1} - T_{u,1} < 0$) ermittelt. Dieser ermöglicht die Ermittlung des Wärmestroms für beliebige Temperaturgefälle bzw. beliebige Temperaturen T_w :

$$\theta(T_w) = \frac{\theta(T_{w,1}) - \theta(T_{w,2})}{T_{w,1} - T_{w,2}} \cdot T_w + \theta(T_{w,2}) - \frac{\theta(T_{w,1}) - \theta(T_{w,2})}{T_{w,1} - T_{w,2}} \cdot T_{w,2}$$

Sind die Umgebungstemperaturen an der Bauteilperipherie überall identisch ($T_U = const$), so findet bei einer Temperatur $T_{w,2} = T_{u,1}$ kein Wärmestrom statt ($\theta(T_{u,1}) = 0$), die Gleichung kann wie folgt vereinfacht werden:

$$\theta(T_w, T_U) = \frac{\theta(T_{w,1})}{T_{w,1} - T_{u,1}} \cdot (T_w - T_{u,1})$$

bzw.

$$\theta(T_w) = a \cdot (T_w - T_{u,1})$$

$$a = \frac{\theta(T_{w,1})}{T_{w,1} - T_{u,1}}$$

Somit kann nun für jede beliebige Temperatur T_w im Rohr der resultierende Wärmestrom ermittelt werden.

Beispiel:

Für das Modell mit folgenden Randbedingungen wird der Wärmestrom in das Rohr hinein im eingeschwungenen Zustand („steady state“, $t = \infty$) berechnet:

- Außen- / Umgebungstemperatur $T_U = -2^\circ\text{C}$
- Temperatur des Mediums $T_w = 16^\circ\text{C}$

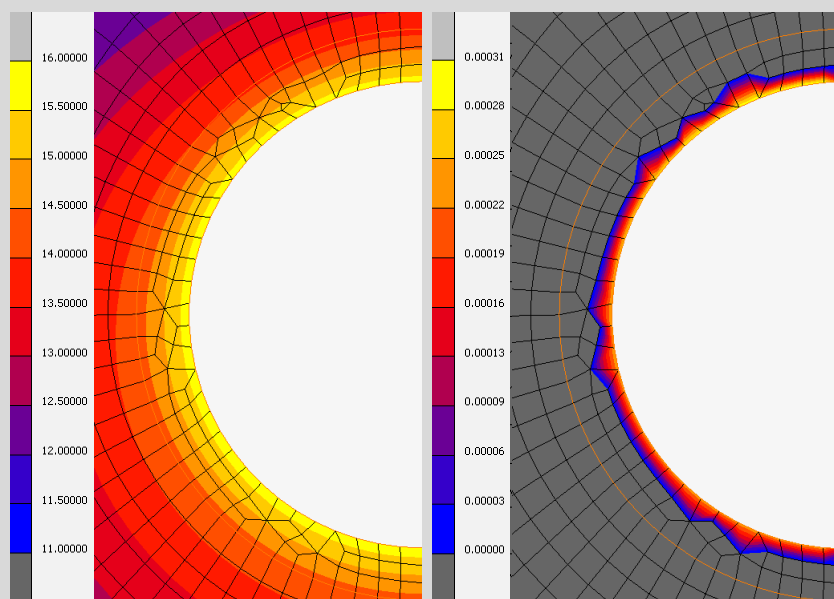


Abbildung 2: Steady State (Temperaturverteilung, Wärmestrom im Übergangsbereich)

Der Wärmestrom, welcher im eingeschwungenen Zustand vom Trägermedium in das Bauteil ab-

fließt, wird knotenweise über die Innenwandung des Rohres ausgelesen und aufsummiert. Es ergibt sich (je mm Rohrlänge):

$$\theta(T_{W,1}) = 0,017416286 [W/mm]$$

Die Gleichung für den Wärmestrom bei beliebigen Temperaturen ergibt sich somit zu:

$$\theta(T_W, T_U = -2^\circ C) = a \cdot (T_W - T_U)$$

$$a = \frac{0.017416286}{16 - (-2)} = 9,676 \cdot 10^{-4}, T_U = -2^\circ C$$

HINWEIS: Durch Ausnutzung der Symmetrie wurde lediglich ein Halbrohr abgebildet. Der aufsummierte Wärmestrom wurde daher mit „2“ multipliziert.

Der Wärmestrom θ je ΔL Rohrlänge lässt sich als in der Zeit Δt übertragene Wärmemenge Q schreiben:

$$\theta \cdot \Delta L [W] = \frac{Q [Ws]}{\Delta t [s]}$$

Diese Beziehung lässt sich nach der in der Zeit Δt übertragenen Wärmemenge Q umstellen:

$$Q = \theta \cdot \Delta t \cdot \Delta L$$

Die Wärmekapazität C eines Körpers / Mediums gibt an, wie viel thermische Energie Q er bezogen auf die Temperaturänderung ΔT_W aufnimmt oder abgibt (bzw. wieviel Energie benötigt wird, um ihn um ΔT_W zu erwärmen). Hier besteht folgender Zusammenhang:

$$C \left[\frac{Ws}{K} \right] = \frac{Q [Ws]}{\Delta T_W [K]}$$

Die auf das Volumen bezogene Wärmekapazität s eines Körpers ist definiert als

$$s = \frac{C}{V} = \frac{Q}{V \cdot \Delta T_W} \left[\frac{Ws}{mm^3 K} \right]$$

Dies lässt sich umschreiben zu:

$$\Delta T_W = - \frac{Q}{V \cdot s}$$

Das Minuszeichen wurde eingefügt, da hier die Energie betrachtet wird, welche dem Wasser entzogen wird.

Die Geschwindigkeit des Trägermediums ist definiert durch den in der Zeit Δt zurückgelegten Weg ΔL :

$$v \left[\frac{mm}{s} \right] = \frac{\Delta L [mm]}{\Delta t [s]}$$

Durch umstellen:

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{v}$$

Zur Ermittlung des Flüssigkeitsvolumens, welches den Rohrquerschnitt A_W in der Zeit Δt passiert, wird folgende Gleichung aufgestellt:

$$V \left[\frac{mm^3}{s} \right] = \frac{A_W \cdot \Delta L [mm^2 \cdot mm]}{\Delta t [s]}$$

$$V \left[\frac{mm^3}{s} \right] = A_W \cdot v \left[mm^2 \cdot \frac{mm}{s} \right]$$

Somit ergibt sich die Temperaturänderung in der Zeit Δt bei konstantem Wärmestrom zu:

$$\Delta T_W = -\frac{Q}{V \cdot s \cdot \Delta t} = -\frac{Q}{A_W \cdot v \cdot s \cdot \Delta t} = -\frac{\theta}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \Delta L \frac{\left[\frac{W}{mm}\right]}{\left[mm^2\right] \left[\frac{mm}{s}\right] \left[\frac{Ws}{mm^3 K}\right]} [mm]$$

Die volumenspezifische Wärmekapazität des Trägermediums lässt sich aus der massenspezifischen Wärmekapazität wie folgt ableiten:

$$s = c \cdot \rho$$

mit

$$c = 4.190 \text{ [Ws/kg K]} \quad (\text{Wasser})$$

$$\rho = 1 \cdot 10^{-6} \text{ [kg/mm}^3\text{]} \quad (\text{Wasser})$$

Die zuvor aufgestellte Funktion zur Bestimmung der Temperaturänderung lässt sich in differentieller Form schreiben

$$\Delta T_W = -\frac{\theta}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \Delta L \rightarrow \delta T_W = -\frac{\theta(x)}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \delta x$$

wobei θ abhängig von T_W ist:

$$\theta(x) = a \cdot (T_W(x) - T_{U,1})$$

$$\delta T_W = -\frac{a \cdot T_W(x) - a \cdot T_{U,1}}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \delta x$$

Dies lässt sich umschreiben in:

$$\frac{\delta T_W}{\delta x} + \tilde{a} \cdot T_W(x) + \tilde{b} = 0$$

mit

$$\tilde{a} = \frac{a}{A_W \cdot v \cdot s}, \tilde{b} = -\tilde{a} \cdot T_{U,1}$$

Zur Lösung dieser Differentialgleichung wird eine Randbedingung benötigt, welche durch die Vorlauf-temperatur $T_{W,V}$ gegeben ist

$$T_W(x = 0) = T_{W,V}$$

Die Lösung der DGL führt zu folgender Gleichung für die Temperatur:

$$T_W(x) = \frac{e^{-\tilde{a}x} \cdot (\tilde{b} + T_{W,V} \cdot \tilde{a}) - \tilde{b}}{\tilde{a}} \rightarrow$$

$$T_W(x) = e^{-\frac{a}{A_W \cdot v \cdot s} x} \cdot (T_{W,V} - T_{U,1}) + T_{U,1}$$

$$a = \frac{\theta(T_{W,V})}{T_{W,V} - T_{U,1}}$$

Beispiel:

Für das oben angegebene Modell wird die Wassertemperatur im eingeschwungenen Zustand für jede Position im Rohr berechnet. Folgende Randbedingungen werden zu Grunde gelegt:

- Außen- / Umgebungstemperatur $T_U = T_{U,1} = -2^\circ\text{C}$
- Temperatur des Mediums $T_{w,v} = 12^\circ\text{C}$
- Fließgeschwindigkeit des Mediums $v = 400 \text{ mm/sec}$
- spezifische Wärmekapazität $c = 4.190 \text{ Ws/kg K}$ (Wasser)
- Dichte $\rho = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ (Wasser)
- Innerer Rohrdurchmesser $d_i = 20,4 \text{ mm}$
- Parameter „a“ $a = 9,676 \cdot 10^{-4}$

HINWEIS: Die Temperatur $T_{w,v}$ muss nicht mit derjenigen übereinstimmen, welche zur Ermittlung von $\Theta(T_w)$ verwendet wurde. Lediglich die Außen- / Umgebungstemperatur T_U muss den gleichen Wert aufweisen wie der zur Ermittlung von $\Theta(T_w)$ verwendete ($T_{U,1}$).

Die Fläche des Wassers ergibt sich zu:

$$A_w = \pi \cdot r_i^2 = \pi \cdot (20,4/2)^2 = 326,85 [\text{mm}^2]$$

Für die auf das Volumen bezogene Wärmekapazität s ergibt sich:

$$s = 4,19 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{Ws}}{\text{mm}^3 \text{K}} \right]$$

Somit ergibt sich folgende Temperaturgleichung:

$$T_w(x) = e^{-\frac{9,676 \cdot 10^{-4}}{326,85 \cdot 400 \cdot 4,19 \cdot 10^{-3}} x} \cdot (12 - (-2)) - 2$$

$$\rightarrow T_w(x) = 14 \cdot e^{-1,76628 \cdot 10^{-6} x} - 2$$

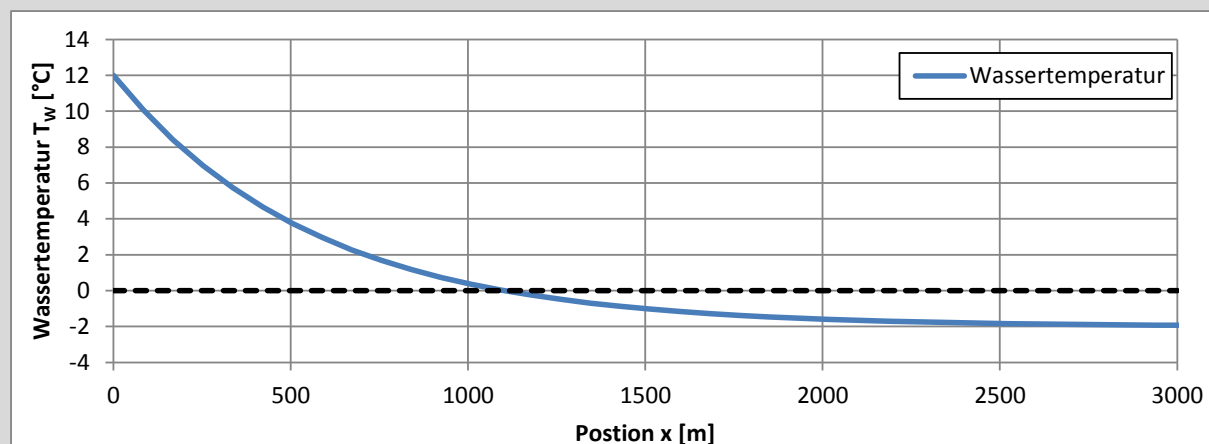


Abbildung 3: Temperaturentwicklung des Trägermediums (Wasser) über die Rohrlänge, eingeschwungener Zustand („steady state“)

3.5 Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x)$ im maßgebenden Querschnitt – eingeschwungener Zustand („steady state“), $T_U = \text{beliebig}$

Im Rahmen dieses Projektes wird vereinfacht davon ausgegangen, dass sich die Umgebungstemperaturen an unterschiedlichen Bauteilkanten (Straßenoberfläche / Brückenunterseite) nicht voneinander unterscheiden. Nur so behält die Aussage, dass bei einer Temperatur $T_{W,2} = T_{U,1}$ kein Wärmestrom stattfindet ($\Theta(T_{U,1})=0$), Gültigkeit.

Sind die Umgebungstemperaturen großemäßig beliebig verteilt, so kann ad hoc keine Temperatur für das Trägermedium angegeben werden, bei welcher kein Wärmestrom stattfindet. In diesem Fall muss die FE-Berechnung für zwei unterschiedliche Temperaturen ($T_{W,1}$, $T_{W,2}$) des Trägermediums durchgeführt und die zugehörigen Wärmeströme ($\Theta(T_{W,1})$, $\Theta(T_{W,2})$) ermittelt werden. Diese sind dann in die oben angegebene Gleichung für den Wärmestrom einzusetzen:

$$\theta(T_W) = \frac{\theta(T_{W,1}) - \theta(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}} \cdot T_W + \theta(T_{W,2}) - \frac{\theta(T_{W,1}) - \theta(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}} \cdot T_{W,2}$$

$$\theta(T_W) = a \cdot (T_W - T_{W,2}) + \theta(T_{W,2})$$

$$a = \frac{\theta(T_{W,1}) - \theta(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}}$$

Die Wärmestromgleichung wird erneut in die zuvor aufgestellte Funktion zur Bestimmung der Temperaturänderung (in differentieller Form) eingesetzt:

$$\delta T_W = - \frac{\theta(x)}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \delta x$$

wobei Θ abhängig von T_W ist:

$$\theta(x) = a \cdot (T_W(x) - T_{W,2}) + \theta(T_{W,2})$$

$$\delta T_W = - \frac{a \cdot T_W(x) - a \cdot T_{W,2} + \theta(T_{W,2})}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot \delta x$$

$$a = \frac{\theta(T_{W,1}) - \theta(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}}$$

Dies lässt sich wie zuvor umschreiben in:

$$\frac{\delta T_W}{\delta x} + \tilde{a} \cdot T_W(x) + \tilde{b} = 0$$

mit

$$\tilde{a} = \frac{a}{A_W \cdot v \cdot s}, \tilde{b} = -\tilde{a} \cdot \left(T_{W,2} - \frac{1}{a} \cdot \theta(T_{W,2}) \right)$$

Die Lösung der DGL führt wie zuvor zu folgender Gleichung für die Temperatur, lediglich der Parameter \tilde{b} ist unterschiedlich:

$$T_W(x) = \frac{e^{-\tilde{a} \cdot x} \cdot (\tilde{b} + T_{W,V} \cdot \tilde{a}) - \tilde{b}}{\tilde{a}} \rightarrow$$

$$T_W(x) = e^{-\frac{a}{A_W \cdot v \cdot s} x} \cdot \left(T_{W,V} - T_{W,2} + \frac{\theta(T_{W,2})}{a} \right) + T_{W,2} - \frac{\theta(T_{W,2})}{a}$$

$$a = \frac{\theta(T_{W,1}) - \theta(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}}$$

3.6 Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x,t)$ im maßgebenden Querschnitt, $T_U=const$

Die zuvor ermittelte Gleichung $T_w(x)$ gilt für den eingeschwungenen Zustand ($t=\infty$). Diese ist nun so anzupassen, dass sie für beliebige Zeitpunkte t Gültigkeit besitzt.

Beispiel:

Für das Modell mit folgenden Randbedingungen wird der Wärmestrom in das Rohr hinein im Zeitschrittverfahren berechnet:

- Außen- / Umgebungstemperatur $T_U = -2^\circ\text{C}$
- Temperatur des Mediums $T_W = 16^\circ\text{C}$

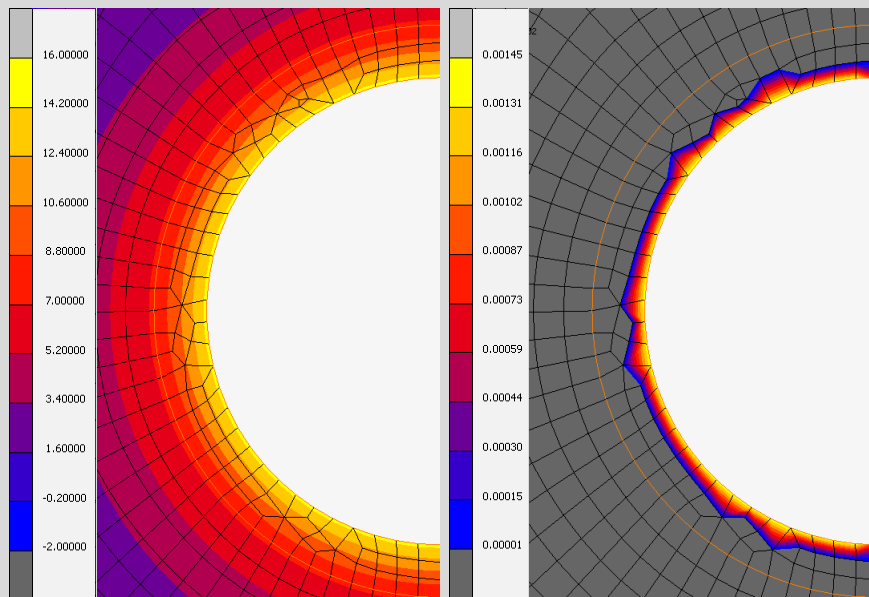


Abbildung 4: Zeitschrittberechnung $t=300$ sec (Temperaturverteilung, Wärmestrom im Übergangsbereich)

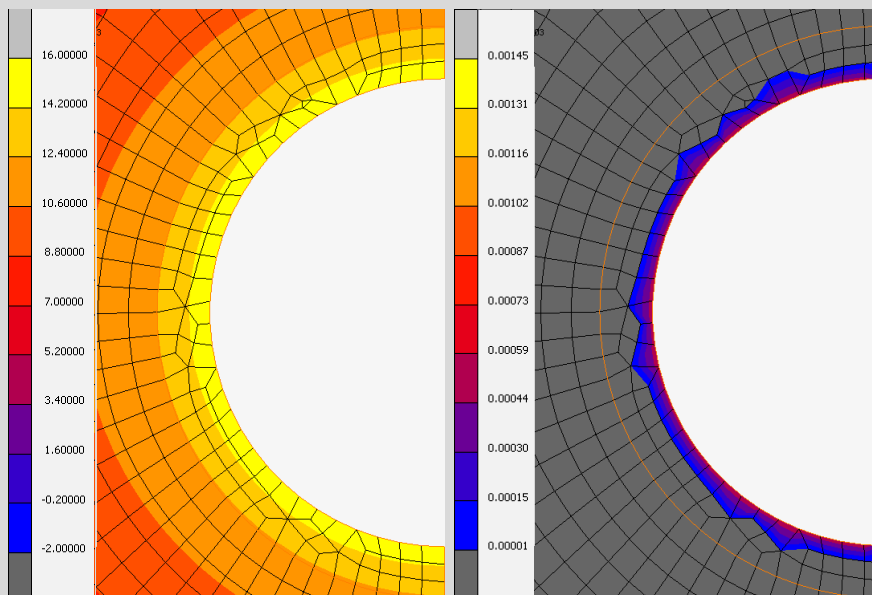


Abbildung 5: Zeitschrittberechnung $t=3600$ sec (Temperaturverteilung, Wärmestrom im Übergangsbereich)

Zu Beginn der Berechnung ($t=300$ sec) ist die Temperaturdifferenz zwischen Trägermedium und angrenzendem Bauteil noch relativ hoch, der Wärmestrom daher groß.

$$\theta(T_W, t = 300\text{sec}) = 0,093595189[\text{W}/\text{mm}]$$

Nach 3.600 sec ist die Temperaturdifferenz bereits geringer, der Wärmestrom nimmt ab:

$$\theta(T_W, t = 3.600\text{sec}) = 0,034997644 \text{ [W/mm]}$$

Nach einer gewissen Zeit strebt der Wärmestrom nach dem eingeschwungenen Zustand.

$$\theta(T_W, t = \text{steady state}) = 0,017416286 \text{ [W/mm]}$$

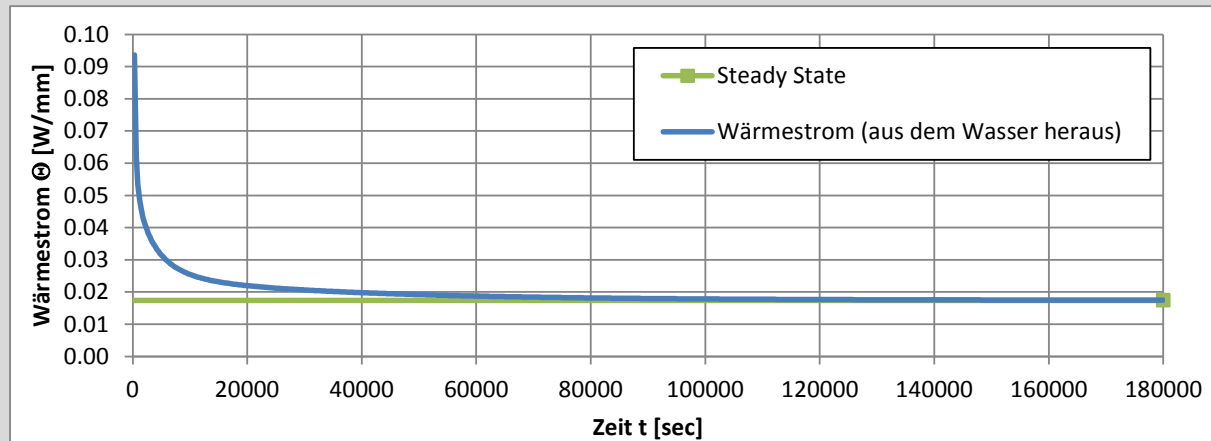


Abbildung 6: Wärmestromentwicklung über die Zeit t

Dieser sich ändernde Wärmestrom soll nun in der Gleichung $T_w(x)$ in folgender Form Berücksichtigung finden:

$$\theta(T_W, t) = a(t) \cdot (T_W - T_{U,1})$$

$$a(t) = \frac{\theta_{T_V}(t)}{T_{W,V} - T_{U,1}}$$

Hierzu wird die Wärmestromentwicklung über die Zeit (Abbildung 6) mittels einer Regressionsfunktion angenähert:

$$\theta_{T_V}(t) = n \cdot t^m + p$$

Folgende 3 Randbedingungen werden festgelegt:

- der Startwert (1. Inkrement, $t \approx 0$) soll exakt sein
- ein beliebig zu wählender Endwert ($t = \text{max}$) soll exakt sein
- die dazwischen eingehängte Regressionsfunktion soll in der Summe die kleinsten Fehlerquadrate aufweisen

Die Gleichung zur Ermittlung der Temperaturentwicklung $T_w(x, t)$ lautet demnach:

$$T_W(x, t) = e^{-\frac{a(t)}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot x} \cdot (T_{W,V} - T_{U,1}) + T_{U,1}$$

$$a(t) = \frac{n \cdot t^m + p}{T_{W,V} - T_{U,1}}$$

Beispiel:

Für die zuvor ermittelte Wärmestromentwicklung wird eine Regressionsfunktion folgender Form gesucht:

$$\theta_{TV}(t) = n \cdot t^m + p$$

Diese soll zum Zeitpunkt $t=12h$ exakt sein.

Randbedingungen:

- $\theta_{TV}(300) = \theta_{FE,TV}(300) = 0,093595189$
- $\theta_{TV}(43.200) = \theta_{FE,TV}(43.200) = 0,019569394$

Nun wird eine Zeit $300 < t_i < 43.200$, zu der die Regressionsfunktion den korrekten Wert annimmt, so gewählt, dass die Summe der Fehlerquadrate minimal wird. Hierzu wird für jedes Wertepaar $\{\theta_{TV}(t_i); \theta_{FE,TV}(t_i)\}$ ein m_i gesucht, für welches die Gleichung exakt erfüllt ist, wobei sich die beiden Konstanten n_i und p_i ergeben:

$$n_i = \frac{\theta_{TV}(t_i) - \theta_{TV}(300)}{t_i^m - 300^m}$$

$$p_i = \theta_{TV}(t_i) - n \cdot 300^m$$

Für jedes t_i wird die Summe der Fehlerquadrate gebildet:

$$R^2(t_i) = \sum_{t=300}^{43.200} \left(\theta_{TV}(t, m_i) - \theta_{FE,TV}(t, m_i) \right)^2$$

Im vorliegenden Fall stellt sich das kleinste Fehlerquadrat ein für

$$t_i = 9.600 \rightarrow R^2(t_i) = 6,05555 \cdot 10^{-5}$$

Hieraus ergeben sich für die Konstanten m , n und p die folgende Werte:

$$m = -0,576858 \quad | \quad n = 2,107476 \quad | \quad p = 0,015105$$

Die Regressionsgleichung lautet somit:

$$a(t) = \frac{\theta_{TV}(t)}{T_{W,V} - T_{U,1}} = \frac{2,107476 \cdot t^{-0,576858} + 0,015105}{16 - (-2)}$$

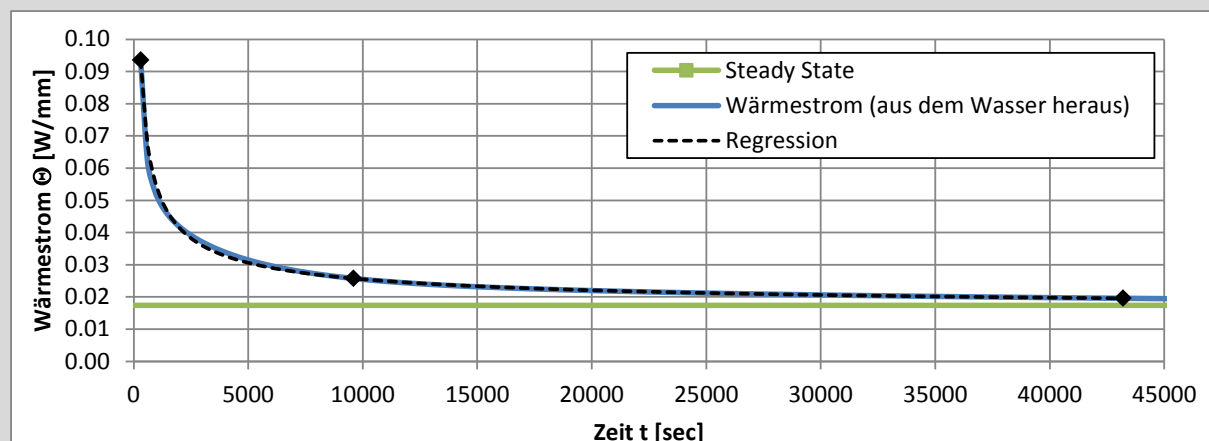


Abbildung 7: Wärmestromentwicklung über die Zeit t , Regression mit 3 Stützstellen

Die Gleichung zur Ermittlung der Temperatur des Trägermediums zu jeder beliebigen Zeit an jeder beliebigen Position des Rohres lautet:

$$T_W(x, t) = 14 \cdot e^{-\frac{a(t)}{547,80} \cdot x} - 2$$

$$a(t) = \frac{2,107476 \cdot t^{-0,576858} + 0,015105}{18}$$

(für $T_U = -2^\circ\text{C}$, $T_{W,V} = 12^\circ\text{C}$, $v = 400 \text{ mm/sec}$)

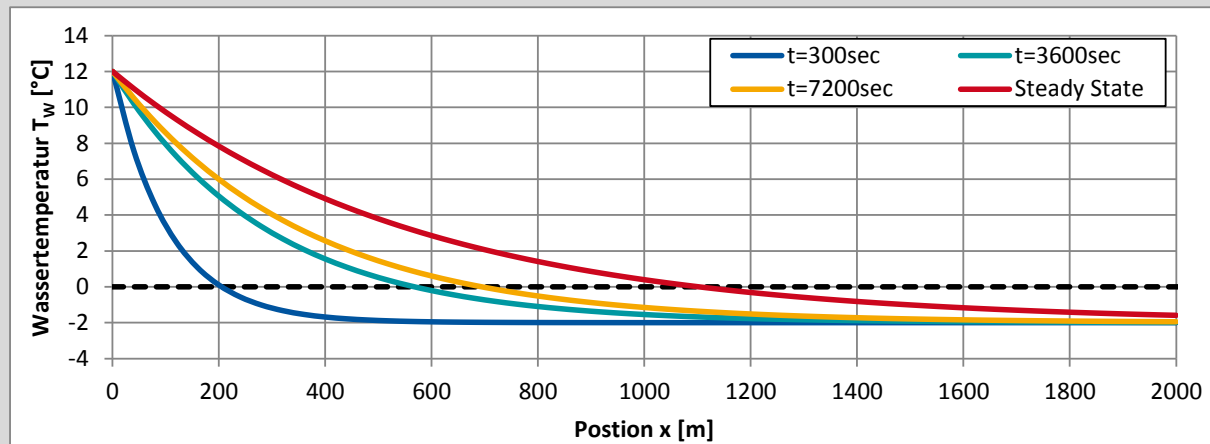


Abbildung 8: Entwicklung der Temperatur des Trägermediums (Wasser) entlang des Rohres (Position x) zu unterschiedlichen Zeitpunkten t

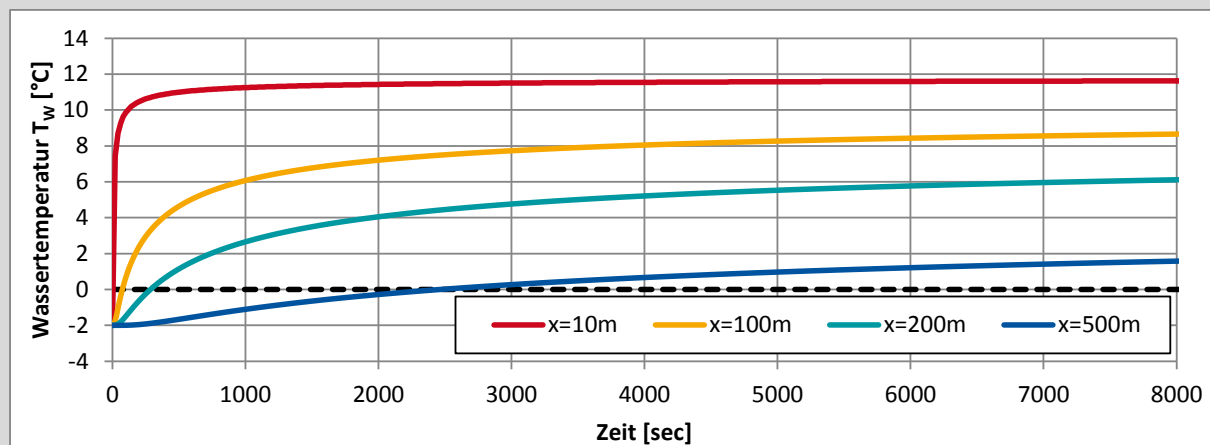


Abbildung 9: Entwicklung der Temperatur des Trägermediums (Wasser) über die Zeit t an unterschiedlichen Positionen x des Rohres

3.7 Temperaturentwicklung des Trägermediums $T_w(x,t)$ im maßgebenden Querschnitt, $T_U=beliebig$

Das im vorherigen Kapitel beschriebene Vorgehen kann unter Zuhilfenahme der nach Kapitel 0 ermittelten Gleichung für die Temperaturentwicklung $T_w(x)$ auf Bauwerke mit größtmäßig beliebig verteilten Umgebungstemperaturen angepasst werden.

Für ein Bauteil mit identischen Umgebungstemperaturen an der Bauteilperipherie ($T_U=const$) konnte festgehalten werden, dass bei einer Temperatur $T_{W,2} = T_{U,1}$ kein Wärmestrom stattfindet ($\Theta(T_{U,1})=0$), und dies unabhängig von der Zeit t .

Im Falle von nicht-konstanten Umgebungstemperaturen tritt dieser Fall nicht ein. Hier ist nun eine Temperatur $T_{W,s}$ zu ermitteln, bei welcher unabhängig von der Zeit t stets der gleiche Wärmestrom ($\Theta(T_{W,s,t})=\Theta_s$) vorherrscht. Hierzu werden die Wärmestromgleichungen für den eingeschwungenen Zustand (steady state) sowie für einen weiteren, beliebigen (transienten) Zeitpunkt t_p aufgestellt und geschnitten.

$$\theta_{steady}(T_W) = a_{steady} \cdot T_W + b_{steady}$$

$$a_{steady} = \frac{\theta_{steady}(T_{W,1}) - \theta_{steady}(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}}$$

$$b_{steady} = \theta_{steady}(T_{W,2}) - a_{steady} \cdot T_{W,2}$$

und

$$\theta_{trans}(T_W) = a_{trans} \cdot T_W + b_{trans}$$

$$a_{trans} = \frac{\theta_{trans}(T_{W,1}) - \theta_{trans}(T_{W,2})}{T_{W,1} - T_{W,2}}$$

$$b_{trans} = \theta_{trans}(T_{W,2}) - a_{trans} \cdot T_{W,2}$$

Schnittpunkt:

$$T_S = \frac{b_{trans} - b_{steady}}{a_{steady} - a_{trans}}$$

$$\theta_S = a_{trans} \cdot T_S + b_{trans}$$

Somit lässt sich aufstellen:

$$\theta(T_S, t) = a(t) \cdot T_W + b(t) = \theta_S \rightarrow$$

$$b(t) = \theta_S - a(t) \cdot T_W$$

Hierdurch lässt sich die ursprüngliche Wärmestromgleichung vereinfachen zu:

$$\theta(T_W, t) = a(t) \cdot T_W - a(t) \cdot T_S + \theta_S$$

$$\theta(T_W, t) = a(t) \cdot (T_W - T_S) + \theta_S$$

$$a(t) = \frac{\theta_{T_V}(t) - \theta_S}{T_{W,V} - T_S}$$

Hierzu wird wiederum die Wärmestromentwicklung über die Zeit mittels einer Regressionsfunktion angenähert:

$$\theta_{T_V}(t) = n \cdot t^m + p$$

Folgende 3 Randbedingungen werden festgelegt:

- der Startwert (1. Inkrement, $t \approx 0$) soll exakt sein
- ein beliebig zu wählender Endwert ($t = max$) soll exakt sein
- die dazwischen eingehängte Regressionsfunktion soll in der Summe die kleinsten Fehlerquadrate aufweisen

Die Gleichung zur Ermittlung der Temperaturentwicklung $T_w(x, t)$ lautet demnach:

$$T_W(x, t) = e^{-\frac{a(t)}{A_W \cdot v \cdot s} x} \cdot \left(T_{W,V} - T_S + \frac{\theta_S}{a(t)} \right) + T_S - \frac{\theta_S}{a(t)}$$

$$a(t) = \frac{n \cdot t^m + p - \theta_S}{T_{W,V} - T_S}$$

3.8 Ermittlung der Oberflächentemperatur T_O zum Zeitpunkt t basierend auf der Temperaturentwicklung $T_w(x, t)$

Mit Hilfe der aufgestellten Gleichung $T_w(x, t)$ kann die Temperatur des Trägermediums zu beliebigen Zeitpunkten an beliebigen Positionen des Rohres ermittelt werden. Von Interesse ist jedoch vor allem die Oberflächentemperatur (Fahrbahnoberkante). Diese verändert sich zeitversetzt zur Temperatur des Mediums, da zunächst eine Systemerwärmung stattfindet (d.h. ein Teil der aufgebrachten Ener-

gie wird im System gespeichert). Erst zu dem Zeitpunkt, zu dem sich das System eingeschwungen hat (steady state), entspricht die abgegebene Energie (über die Oberflächen) je Zeiteinheit der zugeführten Energie (über das Rohr) je Zeiteinheit.

Zur Ermittlung der Oberflächentemperaturen $T_o(x,t)$ zu beliebigen Zeitpunkten an beliebigen Positionen wird der Wassertemperaturverlauf bis zum Zeitpunkt t an der Position x ermittelt (vgl. Abbildung 9) und als Randbedingung auf das FE-Modell aufgebracht. Die Transiente Analyse (Zeitschrittverfahren) liefert dann die Verteilung der Oberflächentemperatur zum Zeitpunkt t , deren Mittelwert im Diagramm als einzelner Punkt $T_o(x_i,t_i)$ aufgetragen werden kann.

Beispiel:

Für die zuvor ermittelte Temperaturentwicklung des Trägermediums an unterschiedlichen Positionen x zu verschiedenen Zeitpunkten t wird durch die zugehörigen Oberflächentemperaturen ergänzt. Dies wird hier beispielhaft durchgeführt für:

- Position $x = 100m$
- Zeitpunkt $t = 7200sec$

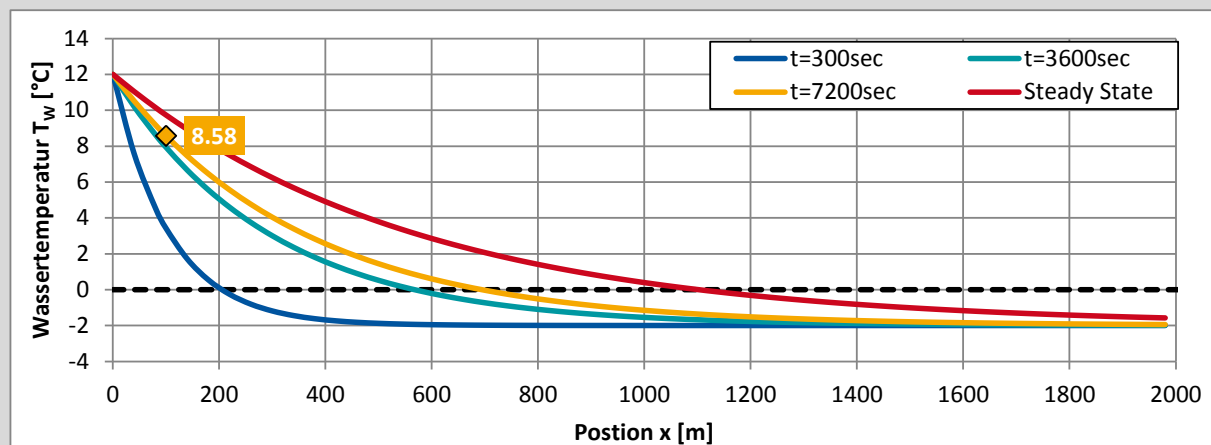


Abbildung 10: Entwicklung der Temperatur des Trägermediums (Wasser) entlang des Rohres (Position x) zu unterschiedlichen Zeitpunkten t

Die zugehörige Temperaturentwicklung (an der Stelle $x = 200m$ bis zum Zeitpunkt $t = 7200sec$) ist in Abbildung 11 dargestellt und wird als Randbedingung auf das FE-Modell aufgebracht.

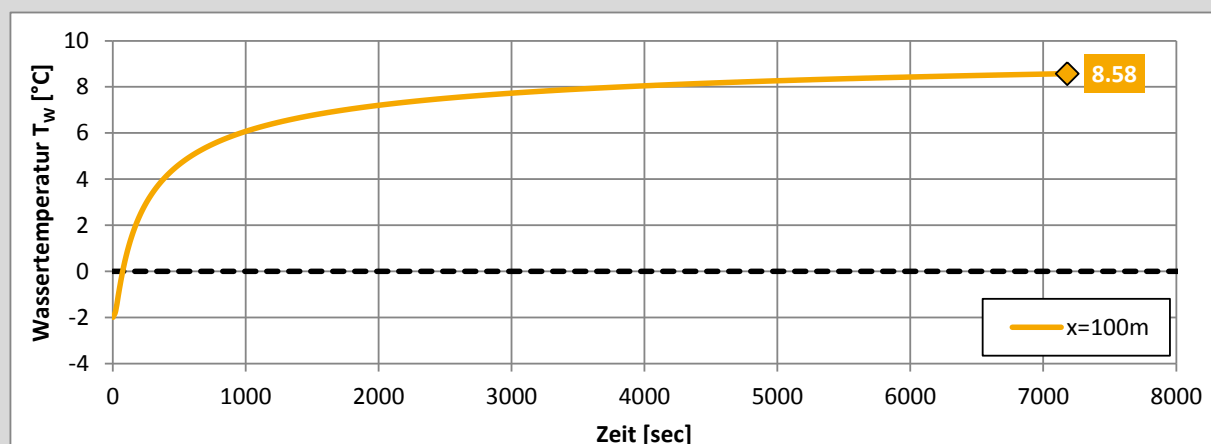


Abbildung 11: Entwicklung der Temperatur des Trägermediums (Wasser) entlang des Rohres (Position $x=100m$) zu unterschiedlichen Zeitpunkten t

Die Auswertung der Temperaturen an den Oberflächenknoten des Modells ergibt im Mittel den in dargestellten Verlauf der Oberflächentemperaturen.

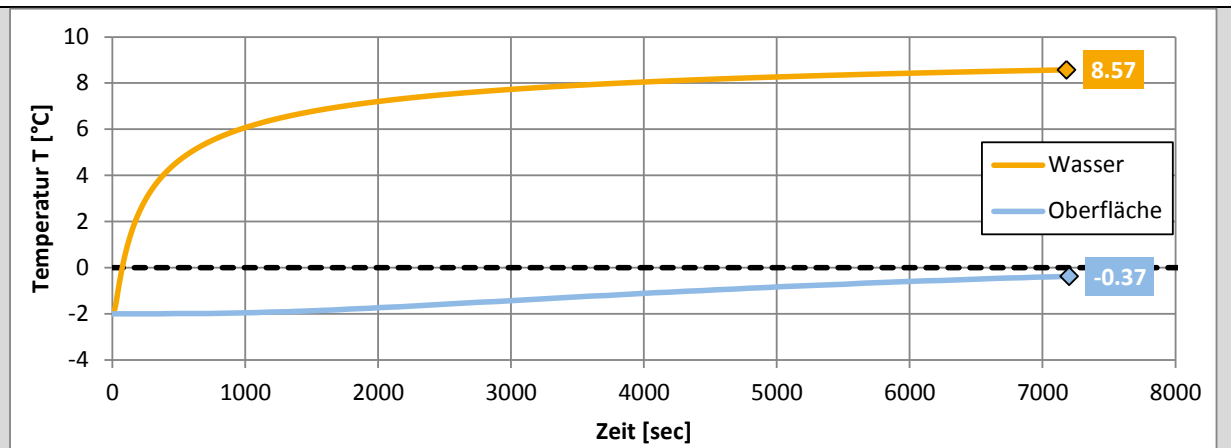


Abbildung 12: Entwicklung der Temperatur des Trägermediums (Wasser) sowie der Oberflächentemperatur entlang des Rohres (Position $x=100m$) zu unterschiedlichen Zeitpunkten t

Diese Berechnung kann nun für die relevanten Zeitpunkte ($t=7.200sec$, $t=14.400sec$) sowie eine endliche Anzahl an Stützstellen ($x=\{0,20,40,60,80,100,120\}m$) durchgeführt werden.

Hierbei sei jedoch erwähnt, dass die Temperatur an Fahrbahnoberfläche direkt über dem Rohr (Rohrlage: $y=50mm$) höher, zwischen den Rohren geringer ist (vgl. Abbildung 13).

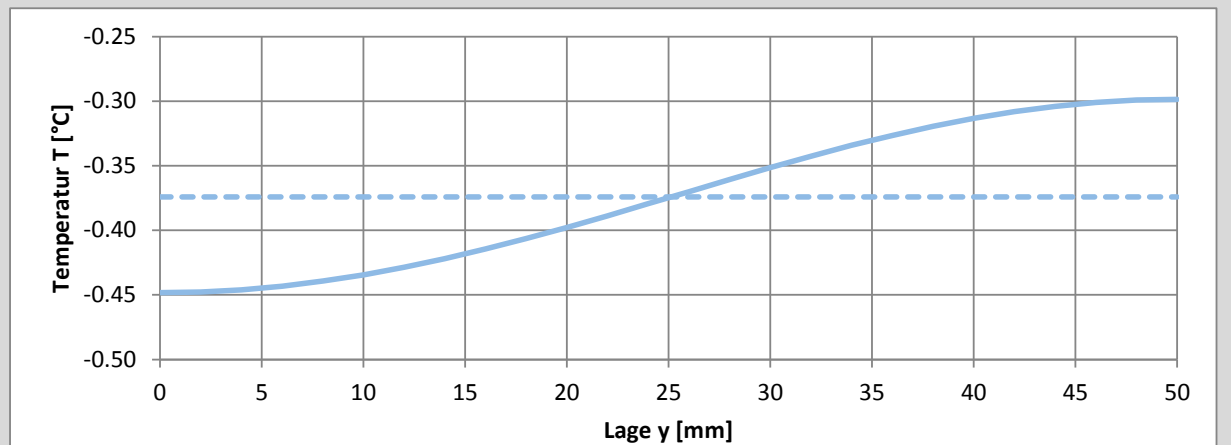


Abbildung 13: Temperaturverteilung an der Oberfläche ($y=0mm$: zwischen zwei Rohren, $y=50mm$: über einem Rohr)

4 Beschreibung des verwendeten Finite Elemente (FE) Modells

Zur Ermittlung des Wärmestroms im eingeschwungenen Zustand, der Wärmestromentwicklung sowie der Temperatur an Fahrbahnoberfläche wird ein 2D Finite Elemente (FE) Modell erstellt.

4.1 FE-Modell Betonfahrbahn

Unter Ausnutzung der Symmetrie wird nur ein halbes Modell abgebildet (Abbildung 14). Die Ergebnisse (Wärmestrom) sind mit „2“ zu multiplizieren.

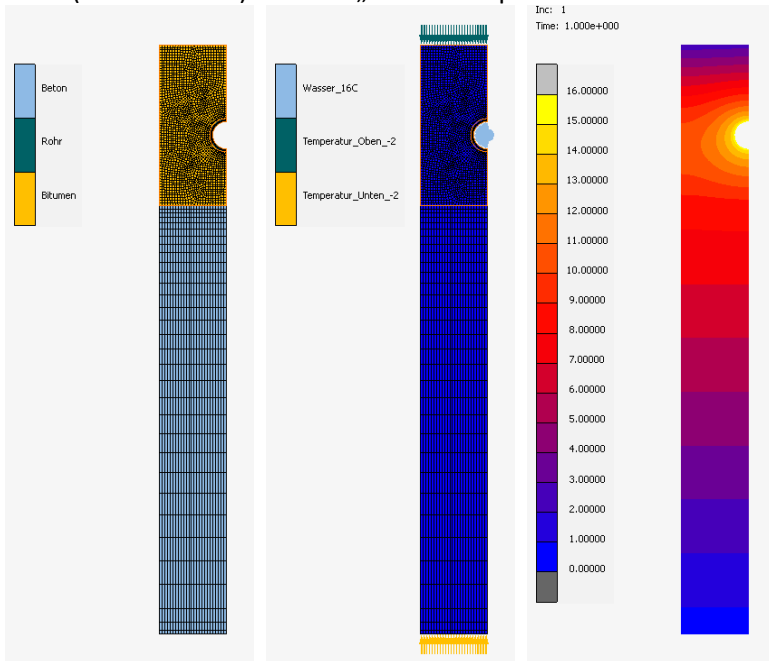


Abbildung 14: FE-Modell „Beton“ (Materialzuweisung / Randbedingungen / Temperaturverteilung)

Tabelle 2: Materialparameter FE „Beton“

Material	Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m·K)]	Spezifische Wärmekapazität c [J/(kg K)]	Dichte ρ [kg/m ³]
Beton	2,5	1.000	2.500
Rohr	0,35	900	800
Gussasphalt	0,7	1.000	2.100

Tabelle 3: Randbedingungen „Beton“

Name	Belastungstyp	Temperatur T_w [°C]	Wärmeübergangskoeffizient α [W/(m ² K)]
Wasser	„edge film“	16	125 (100l/h, laminar) 285 (200l/h, turbulent) 1.143 (400l/h, turbulent)
Außentemperatur	„edge film“	-6 -4 -2 0 2	25*
Anfangsbedingung	„temperature“	-6 -4 -2 0 2	-

*Wärmestrom: aus dem Bauteil heraus, entspricht $R_{se} = 0,04$ [(m²K)/W]

4.2 FE-Modell Stahlfahrbahn

Unter Ausnutzung der Symmetrie wird nur eine halbe Rippe abgebildet (Abbildung 15). Die Ergebnisse (Wärmestrom) sind durch „3“ zu dividieren.

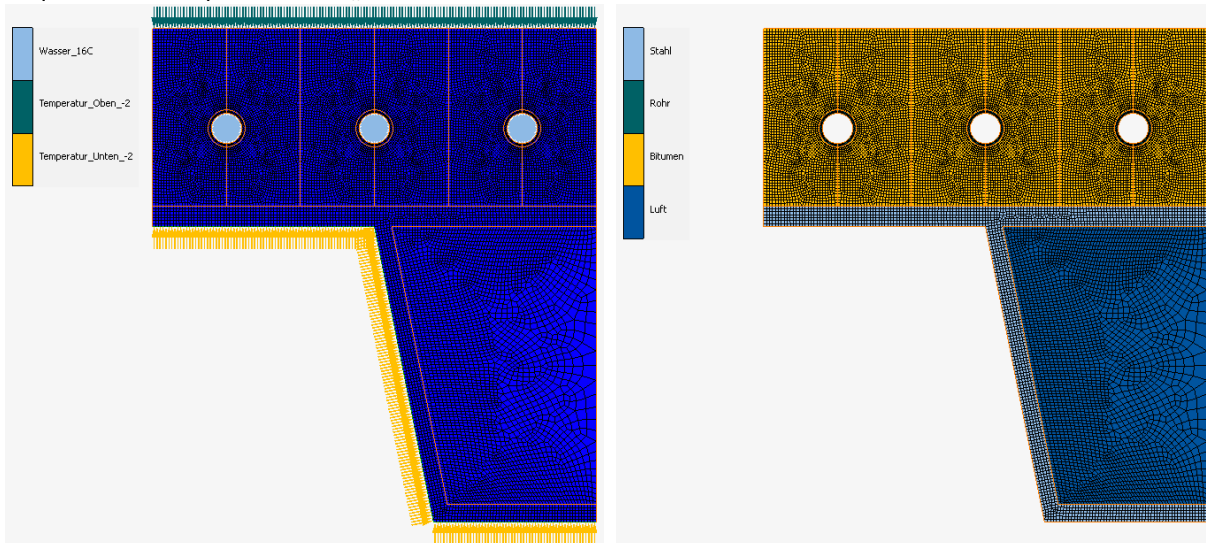


Abbildung 15: FE-Modell „Stahl“ (Materialzuweisung / Randbedingungen)

Tabelle 4: Materialparameter FE „Stahl“

Material	Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m·K)]	Spezifische Wärmekapazität c [J/(kg K)]	Dichte ρ [kg/m ³]
Stahl	50,0	450	7.850
Rohr	0,35	900	800
Gussasphalt	0,7	1.000	2.100
Luft (Rippe)	0,2	1.000	1,29

Tabelle 5: Randbedingungen „Stahl“

Name	Belastungstyp	Temperatur T_w [°C]	Wärmeübergangskoeffizient α [W/(m ² K)]
Wasser	„edge film“	16	125 (100l/h, laminar) 285 (200l/h, turbulent) 1.143 (400l/h, turbulent)
Außentemperatur	„edge film“	-6 -4 -2 0 2	25*
Anfangsbedingung	„temperature“	-6 -4 -2 0 2	-

*Wärmestrom: aus dem Bauteil heraus, entspricht $R_{se} = 0,04$ [(m²K)/W]

4.3 Wärmeübergangskoeffizient Wasser - Rohr

Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Trägermedium (Wasser) und Rohrwandung wird für jede Fließgeschwindigkeit separat nach [4] ermittelt.

Ermittlung der Reynoldszahl:

$$Re = \frac{w \cdot d_h}{\nu}$$

$$d_h = d_i$$

mit

d_h	hydraulischer Durchmesser [m]	
d_i	Rohrinnendurchmesser [m]	
w	mittlere Geschwindigkeit [m/s]	
ν	kinematische Viskosität [m ² /s]	(abhängig von T_w)

Laminare Strömung ($Re < 2320$) [4]

$$Nu = \left[49,028 + 4,173 \cdot Re \cdot Pr \cdot \frac{d_h}{L} \right]^{0,333}, d_h = d_i$$

$$\alpha_K = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_h}$$

mit

α_K	Wärmeübergangskoeffizient [W/m ² K]	
Re	Reynoldszahl	
Nu	Nußeltzahl	
Pr	Prandtlzahl	(abhängig von T_w)
d_h	hydraulischer Durchmesser [m]	
d_i	Rohrinnendurchmesser [m]	
L	Rohrlänge [m]	
λ	Wärmeleitfähigkeit [W/mK]	(abhängig von T_w)

Beispiel:

Für eine Durchflussmenge von $V = 100 \text{ l/h}$ wird der Wärmeübergangskoeffizient α_K bestimmt.

- Temperatur des Mediums	$T_w = 12^\circ\text{C}$
- Durchflussmenge	$V = 100 \text{ l/h}$
- innerer Rohrdurchmesser	$d_i = 20,4 \text{ mm}$
- kinematische Viskosität	$\nu(T_w = 12^\circ\text{C}) = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- Prandtlzahl	$Pr(T_w = 12^\circ\text{C}) = 8,916$
- Wärmeleitfähigkeit (Wasser)	$\lambda(T_w = 12^\circ\text{C}) = 0,585 \text{ W/mK}$

Fließgeschwindigkeit:

$$A_w = \pi \cdot r_i^2 = \pi \cdot (20,4/2)^2 = 326,85 [\text{mm}^2]$$

$$V = 100 [\text{l/h}] = 100 \cdot 100^3 [\text{mm}^3/\text{h}]$$

$$w = \frac{V}{A_w} = \frac{100 \cdot 100^3 / 3600 [\text{mm}^3/\text{sec}]}{326,85 [\text{mm}^2]} \approx 85 \left[\frac{\text{mm}}{\text{sec}} \right] = 0,085 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$$

Ermittlung der Reynoldszahl:

$$Re = \frac{0,085 \cdot 0,0204}{1,24 \cdot 10^{-6}} = 1.398 < 2.320 \rightarrow \text{laminar}$$

Ermittlung der Nußeltzahl für unterschiedliche Rohrlängen:

$$Nu(L = 6m) = \left[49,028 + 4,173 \cdot 1.398 \cdot 8,916 \cdot \frac{0,0204}{6} \right]^{0,333} = 6,079$$

$$Nu(L = 30m) = \left[49,028 + 4,173 \cdot 1.398 \cdot 8,916 \cdot \frac{0,0204}{30} \right]^{0,333} = 4,380$$

$$Nu(L = 100m) = \left[49,028 + 4,173 \cdot 1.398 \cdot 8,916 \cdot \frac{0,0204}{100} \right]^{0,333} = 3,902$$

Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten:

$$\alpha_K(L = 6m) = \frac{6,079 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 175 \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

$$\alpha_K(L = 30m) = \frac{4,380 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 125 \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

$$\alpha_K(L = 100m) = \frac{4,356 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 115 \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen wird mit einem einheitlichen Wärmeübergangskoeffizienten (unabhängig von der Rohrlänge L) gerechnet. Auf der sicheren Seite wurde $\alpha_K = 125 \text{ [W/m}^2\text{K]}$ gewählt.

Turbulente Strömung ($Re > 2320$) [4]

$$Nu = \frac{B \cdot (Re - 1000) \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot B^{0,5} \cdot (Pr^{0,667} - 1)} \cdot K_L$$

$$K_L = 1 + \left(\frac{d_h}{L} \right)^{0,667} \quad \text{mit } d_h = d_i, \quad B = \frac{1}{(5,15 \cdot \lg(Re) - 4,64)^2}$$

$$\alpha_K = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_h}$$

mit

α_K	Wärmeübergangskoeffizient [W/m ² K]
Re	Reynoldszahl
Nu	Nußeltzahl
Pr	Prandtlzahl (abhängig von T_w)
K_L	Korrekturfaktor
B	modifizierte Rohrreibungszahl
d_h	hydraulischer Durchmesser [m]
d_i	Rohrinnendurchmesser [m]
L	Rohrlänge [m]
λ	Wärmeleitfähigkeit [W/mK] (abhängig von T_w)

Da in Rohren bzw. Rohrregistern der Umschlag zwischen laminarer und turbulenter Strömungsform nicht bei einer fest definierten Reynoldszahl erfolgt, sollten nach Gnielinski die Nußeltzahlen für $Re = 2.300$ ($\alpha_{K,laminar}$) und für $Re = 10.000$ ($\alpha_{K,turbulent}$) linear interpoliert werden [4]:

$$Nu = Nu_{laminar} + \frac{Nu_{turbulent} - Nu_{laminar}}{10.000 - 2.300} \cdot (Re - 2.300)$$

Beispiel:

Für eine Durchflussmenge von $V = 400 \text{ l/h}$ wird der Wärmeübergangskoeffizient α_K bestimmt.

- Temperatur des Mediums $T_w = 12^\circ\text{C}$
- Durchflussmenge $V = 400 \text{ l/h}$

- innerer Rohrdurchmesser $d_i = 20,4 \text{ mm}$
- kinematische Viskosität $\nu(T_W = 12^\circ\text{C}) = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- Prandtlzahl $Pr(T_W = 12^\circ\text{C}) = 8,916$
- Wärmeleitfähigkeit (Wasser) $\lambda(T_W = 12^\circ\text{C}) = 0,585 \text{ W/mK}$

Fließgeschwindigkeit:

$$A_W = \pi \cdot r_i^2 = \pi \cdot (20,4/2)^2 = 326,85 [\text{mm}^2]$$

$$V = 400 [\text{l/h}] = 400 \cdot 100^3 [\text{mm}^3/\text{h}]$$

$$w = \frac{V}{A_W} = \frac{400 \cdot 100^3 / 3600 [\text{mm}^3/\text{sec}]}{326,85 [\text{mm}^2]} \approx 340 \left[\frac{\text{mm}}{\text{sec}} \right] = 0,34 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$$

Ermittlung der Reynoldszahl:

$$Re = \frac{0,34 \cdot 0,0204}{1,24 \cdot 10^{-6}} = 5.594 > 2.320 \rightarrow \text{turbulent}$$

Ermittlung der modifizierten Rohrreibungszahl:

$$B = \frac{1}{(5,15 \cdot \lg(5.594) - 4,64)^2} = 4,653 \cdot 10^{-3}$$

Ermittlung des Korrekturfaktors für unterschiedliche Rohrlängen:

$$K_L(L = 6\text{m}) = 1 + \left(\frac{0,0204}{6} \right)^{0,667} = 1,0226$$

$$K_L(L = 30\text{m}) = 1 + \left(\frac{0,0204}{30} \right)^{0,667} = 1,0077$$

$$K_L(L = 100\text{m}) = 1 + \left(\frac{0,0204}{100} \right)^{0,667} = 1,0035$$

Ermittlung der Nußeltzahl für unterschiedliche Rohrlängen:

$$Nu(L = 6\text{m}) = \frac{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (5.594 - 1000) \cdot 8,916}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (8,916^{0,667} - 1)}} \cdot 1,0226 = 50,47$$

$$Nu(L = 30\text{m}) = \frac{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (5.594 - 1000) \cdot 8,916}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (8,916^{0,667} - 1)}} \cdot 1,0077 = 49,74$$

$$Nu(L = 100\text{m}) = \frac{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (5.594 - 1000) \cdot 8,916}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{4,653 \cdot 10^{-3} \cdot (8,916^{0,667} - 1)}} \cdot 1,0035 = 49,53$$

Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten:

$$\alpha_K(L = 6\text{m}) = \frac{50,47 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 1.447 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

$$\alpha_K(L = 30\text{m}) = \frac{49,74 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 1.426 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

$$\alpha_K(L = 100\text{m}) = \frac{49,53 \cdot 0,585}{0,0204} \approx 1.420 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

Interpolation nach Gnielinski:

Laminar:

$$Re = 2.300 \rightarrow \text{laminar}$$

$$Nu_{\text{laminar}}(L = 30\text{m}) = \left[49,028 + 4,173 \cdot 2.300 \cdot 8,916 \cdot \frac{0,0204}{30} \right]^{0,333} = 4,743$$

Turbulent:

$$Re = 10.000 \rightarrow \text{turbulent}$$

$$B = \frac{1}{(5,15 \cdot \lg(10.000) - 4,64)^2} = 3,926 \cdot 10^{-3}$$

5 Ermittlung des Einflusses benachbarter Rohre sowie unterschiedlicher Rohrkonfigurationen („Rohrbögen“)

Zunächst wird die gegenseitige Beeinflussung benachbarter Rohre untersucht; von diesem Ergebnis wird auf den Einfluss von Rohrbögen auf die Temperierungseigenschaften geschlossen.

Beispiel:

Als Grundlage für die folgende „Steady State“ – Berechnung dient das in Abbildung 14 dargestellte System (Beton). Es wird so erweitert, dass es ein Gesamtsystem mit 15 Rohren (Abstand = 10 cm) darstellt. Die Länge der jeweiligen Segmente beträgt 10m.

- Außen- / Umgebungstemperatur $T_U = T_{U,1} = -6^\circ\text{C}$
- Temperatur des Mediums $T_{W,V} = 12^\circ\text{C}$
- Fließgeschwindigkeit des Mediums $v = 400 \text{ mm/sec}$

Die Wassertemperaturen in den 15 Rohren werden basierend auf der in Kapitel 3.4 hergeleiteten Temperaturgleichung für den eingeschwungenen Zustand ermittelt:

$$T_W(x) = e^{-\frac{a}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot x} \cdot (T_{W,V} - T_{U,1}) + T_{U,1}, \quad a = \frac{\theta(T_{W,V})}{T_{W,V} - T_{U,1}}$$

Die sich ergebenden Temperaturen sind in Tabelle 6 zusammengestellt.

Tabelle 6: Wassertemperaturen in den einzelnen Rohren, 1. Iterationsschritt (Handrechnung)

Rohr	Position	$T_W(x)$	Rohr	Position	$T_W(x)$	Position	Position	$T_W(x)$
[-]	[m]	[°C]	[-]	[m]	[°C]	[-]	[m]	[°C]
1	0	12,0000	6	50	10,2237	11	100	8,6227
2	10	11,6298	7	60	9,8901	12	110	8,3220
3	20	11,2673	8	70	9,5633	13	120	8,0274
4	30	10,9122	9	80	9,2432	14	130	7,7390
5	40	10,5644	10	90	8,9297	15	140	7,4564

Die Temperaturen werden auf das FE-Modell aufgebracht, der resultierende Wärmestrom im eingeschwungenen Zustand wird für jedes Rohr ausgelesen (Abbildung 16).



Abbildung 16: Temperaturverteilung (Steady State) am Gesamtsystem im 2. Iterationsschritt (unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen den benachbarten Rohren)

Dieser unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen den Rohren ermittelte Wärmestrom wird dem mittels Handrechnung bestimmten Wärmestrom gegenübergestellt (Tabelle 7). Zur Ermittlung der Wärmeströme bei gegebenen Wassertemperaturen (Handrechnung) wird die Wärmestromglei-

chung nach Kapitel 3.4 herangezogen:

$$\theta(T_W) = a \cdot (T_W - T_{U,1})$$

$$a = \frac{\theta(T_{W,1})}{T_{W,1} - T_{U,1}}$$

Tabelle 7: Wärmeströme in den Rohren, Handrechnung (ohne Interaktion), FE (mit Interaktion)

Rohr	Handrechnung	FE-Berechnung	Abweichung
[-]	[W/mm]	[W/mm]	[%]
1	0,017416	0,017700	-1,63%
2	0,017058	0,017168	-0,65%
3	0,016707	0,016762	-0,33%
4	0,016364	0,016390	-0,16%
5	0,016027	0,016037	-0,06%
6	0,015698	0,015698	-0,01%
7	0,015375	0,015370	0,03%
8	0,015059	0,015050	0,06%
9	0,014749	0,014736	0,09%
10	0,014446	0,014428	0,12%
11	0,014148	0,014124	0,17%
12	0,013858	0,013821	0,26%
13	0,013573	0,013515	0,42%
14	0,013293	0,013195	0,74%
15	0,013020	0,012795	1,73%

Aus den Berechnungen lässt sich schlussfolgern, dass sich die einzelnen Rohre zwar untereinander beeinflussen, dies jedoch im Rahmen der Dimensionierung nicht weiter ins Gewicht fällt. Die Wärmestromgleichung wird im Mittel erfüllt, die Temperatur in den einzelnen Rohren kann mittels der dargestellten Methode über eine FE-gestützte Handrechnung bestimmt werden.

Gleiches gilt auch für die Rohrbögen. Hier werden die im Inneren des Rohrbogens liegenden Flächen „doppelt“ beheizt; der sich daraus ergebende geringere Temperaturunterschied zwischen Bauteil und Trägermedium führt jedoch dazu, dass ein größerer Wärmestrom an die äußeren Bereiche abgegeben wird, welche theoretisch lediglich „zur Hälfte“ beheizt werden. Somit sind die Rohrbögen im Rahmen der Vordimensionierung zu vernachlässigen.

6 Grenzbetrachtungen / Aufzeigen der Systemgrenzen

6.1 Stahlbrücke / Verbundbrücke

Zunächst soll auf die Unterschiede zwischen den System „Verbundbrücke“ und „Stahlbrücke“ eingegangen werden.

Beispiel:

Für eine Durchflussmenge von $V = 400 \text{ l/h}$ wird die Oberflächentemperatur an der Position $x=20\text{m}$ nach 4 Stunden bestimmt.

- Temperatur des Mediums $T_W = 12^\circ\text{C}$
- Temperatur des Umgebung $T_W = -2^\circ\text{C}$
- Durchflussmenge $V = 400 \text{ l/h}$

Ermittlung des Wärmestroms nach einer Stunde ($t=3.600\text{sec}$):

$$\theta_{\text{Beton},t=3.600\text{sec}} = 0,0350[\text{W}/\text{mm}]$$

$$\theta_{\text{Stahl},t=3.600\text{sec}} = 0,0348[\text{W}/\text{mm}]$$

Ermittlung des Wärmestroms im eingeschwungenen Zustand:

$$\theta_{\text{Beton},\text{steady}} = 0,0174[\text{W}/\text{mm}]$$

$$\theta_{\text{Stahl},\text{steady}} = 0,0226[\text{W}/\text{mm}]$$

Im FE-Modell wird mit einer Wassertemperatur von $T_W = 16^\circ\text{C}$ gerechnet.

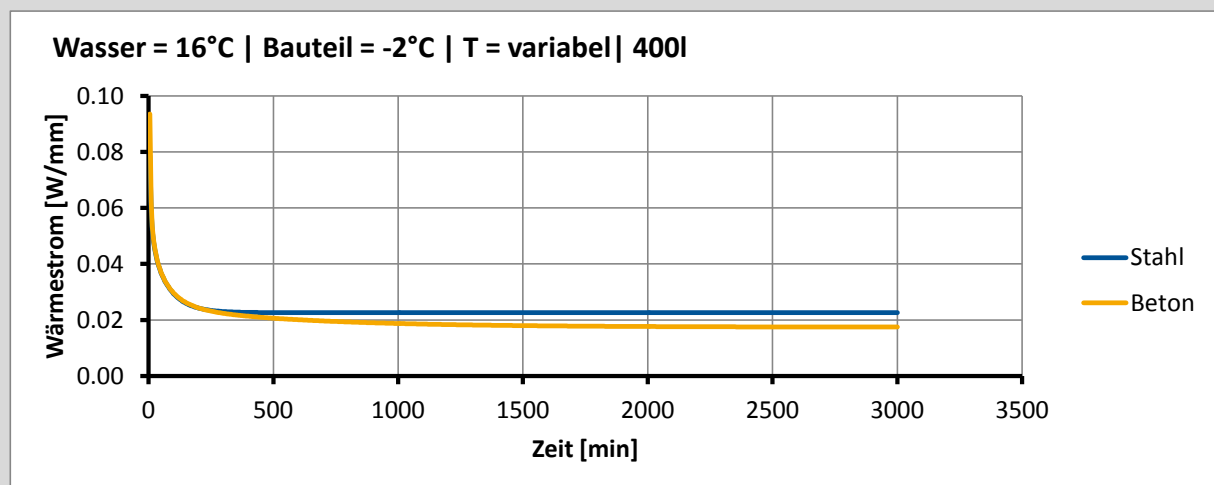


Abbildung 17: Wärmestromentwicklung aus dem Trägermedium (Wasser) in das Rohr hinein über die Zeit

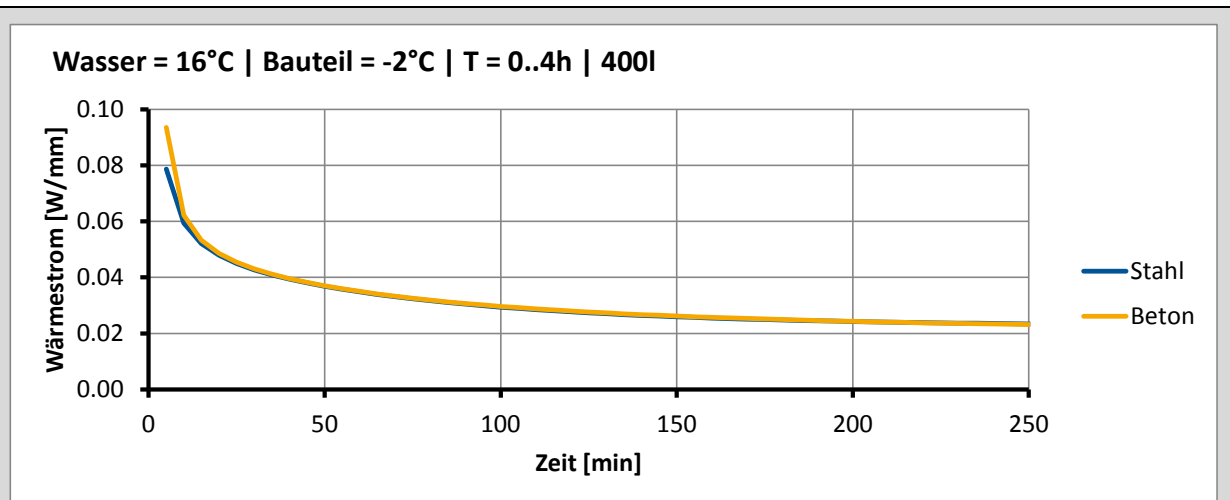


Abbildung 18: Wärmestromentwicklung aus dem Trägermedium (Wasser) in das Rohr hinein über die Zeit, Ausschnitt: 4 Stunden

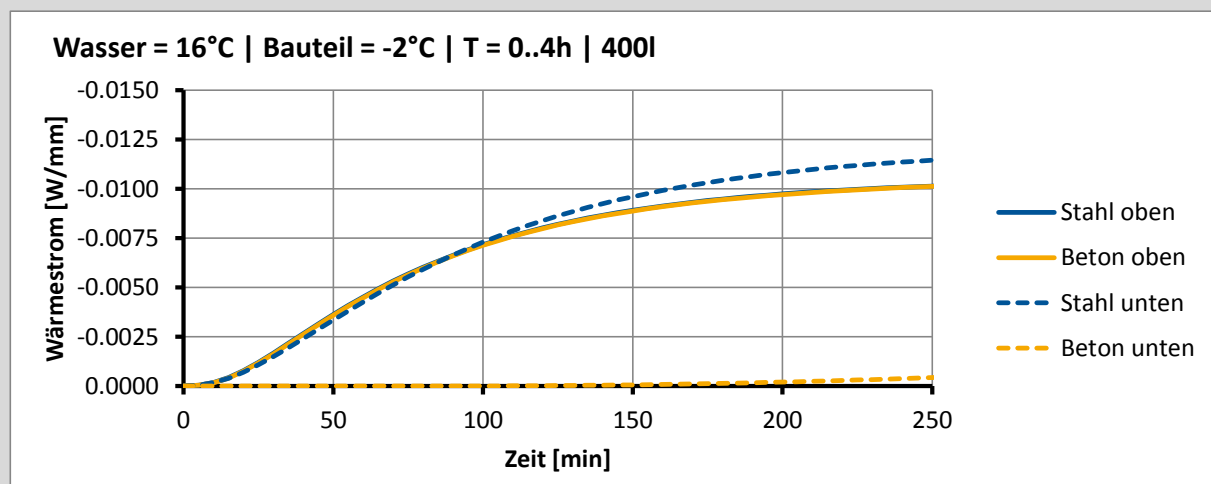


Abbildung 19: Wärmestromentwicklung aus dem Bauteil heraus über die Zeit, Ausschnitt: 4 Stunden (Kurve „Stahl oben“ deckungsgleich mit Kurve „Beton oben“)

Aus der Betrachtung der Wärmestromentwicklung innerhalb der ersten 4 Stunden (Abbildung 18) lässt sich schließen, dass die Betonbrücke und die Stahlbrücke in Bezug auf den Energieeintrag in das Bauwerk hinein innerhalb der ersten 4 Stunden keine nennenswerten Unterschiede aufweisen. Erst im eingeschwungenen Zustand wird dem Heizungssystem der Stahlbrücke mehr Energie entzogen als dem der Betonbrücke, da die Stahlbrücke eine größere Oberfläche aufweist. Dies ist jedoch für die hier gemachten Betrachtungen irrelevant, da eine Divergenz der Kurven erst ab einem Zeitpunkt von $t > 4$ Stunden zu beobachten ist. Weiterhin lässt sich feststellen, dass der Wärmestrom aus dem Bauwerk heraus (Fahrbahnoberfläche) unabhängig vom gewählten System ist.

Die Wärmeströme sowie die Wärmestromentwicklung werden genutzt, um die vollständige Temperaturgleichung aufzustellen, mit deren Hilfe die Entwicklung der Wassertemperatur über die Zeit im betrachteten Abschnitt ($x=20m$) bestimmt wird.

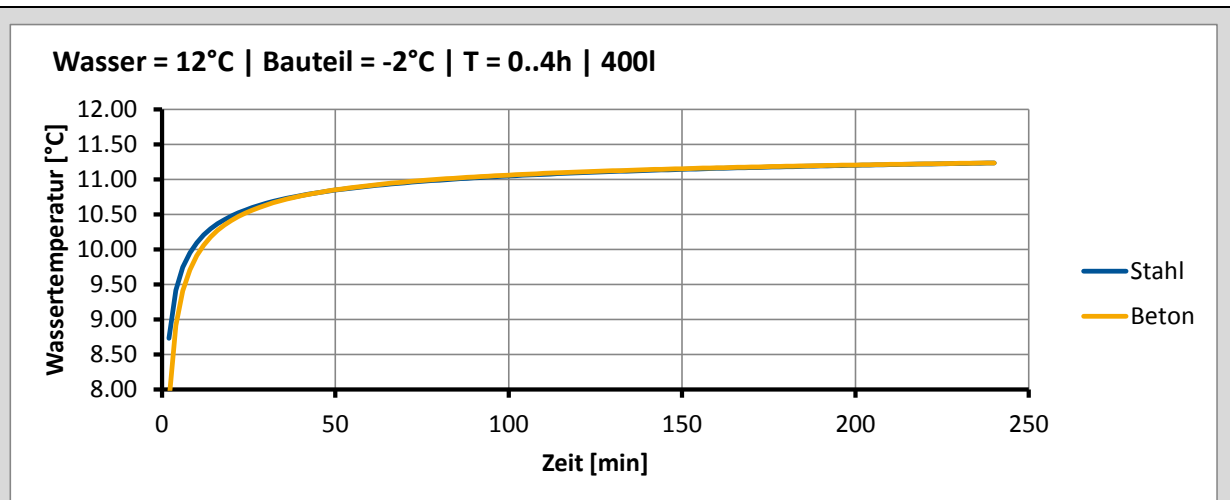


Abbildung 20: Temperaturentwicklung des Trägermediums (Wasser) an der Position $x=20m$ über die Zeit

Aufgrund der nahezu affinen Wärmestromverläufe ergeben sich auch bei den Temperaturverläufen keine großen Abweichungen (Abbildung 20).

Die so ermittelten Temperaturverläufe werden im Rahmen einer Zeitschrittanalyse als äußere Lasten auf die jeweiligen FE-Modelle aufgebracht, um so die Oberflächentemperatur zu ermitteln.

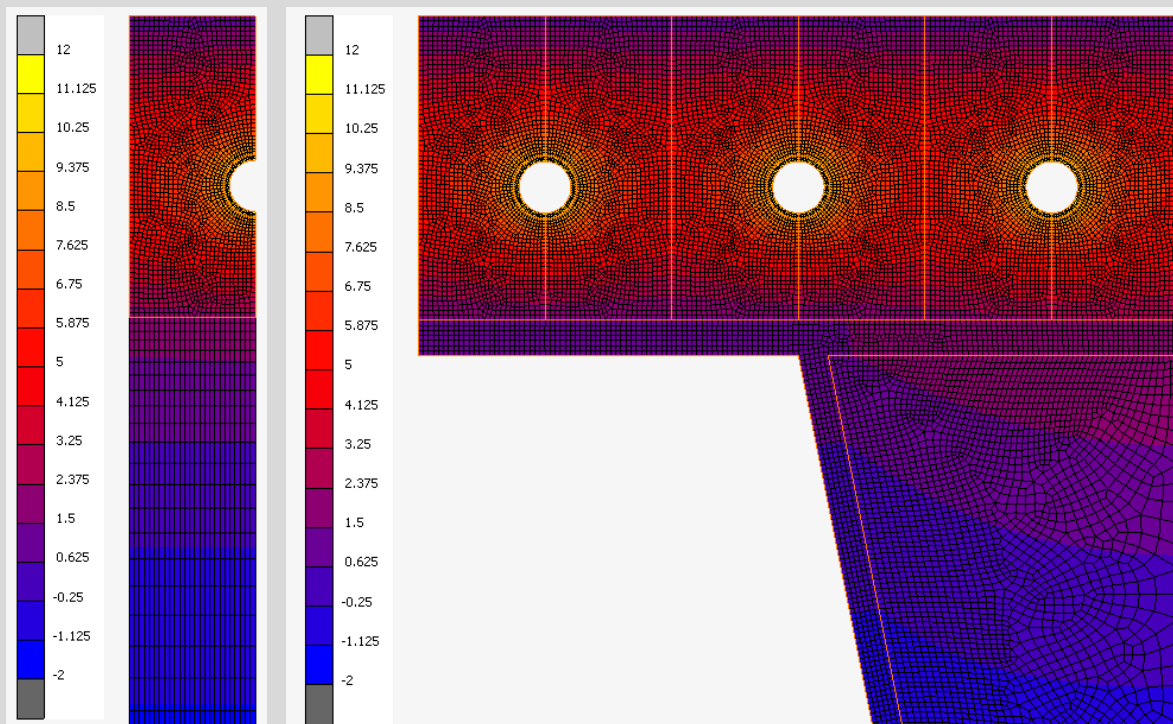


Abbildung 21: Temperatur im Bauteil an der Position $x=20m$ nach $t=4h$

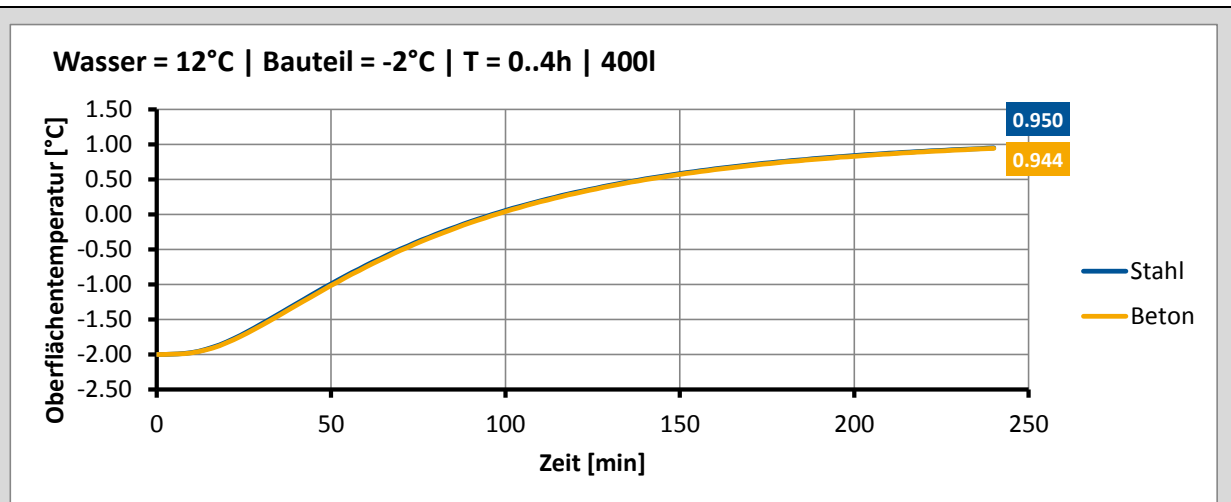


Abbildung 22: Temperaturentwicklung der Fahrbahnoberfläche an der Position $x=20m$ über die Zeit, mittlere Temperatur

Auch die ermittelten Temperaturverläufe für die Oberflächentemperatur sind bei beiden Systemen (Beton und Stahl) zumindest bis zum Zeitpunkt $t=4h$ affin. Ausgewertet wurde stets die mittlere Oberflächentemperatur (Abbildung 23).

$$T_{O,Beton,t=4h} = 0,944[°C]$$

$$T_{O,Stahl,t=4h} = 0,950[°C]$$

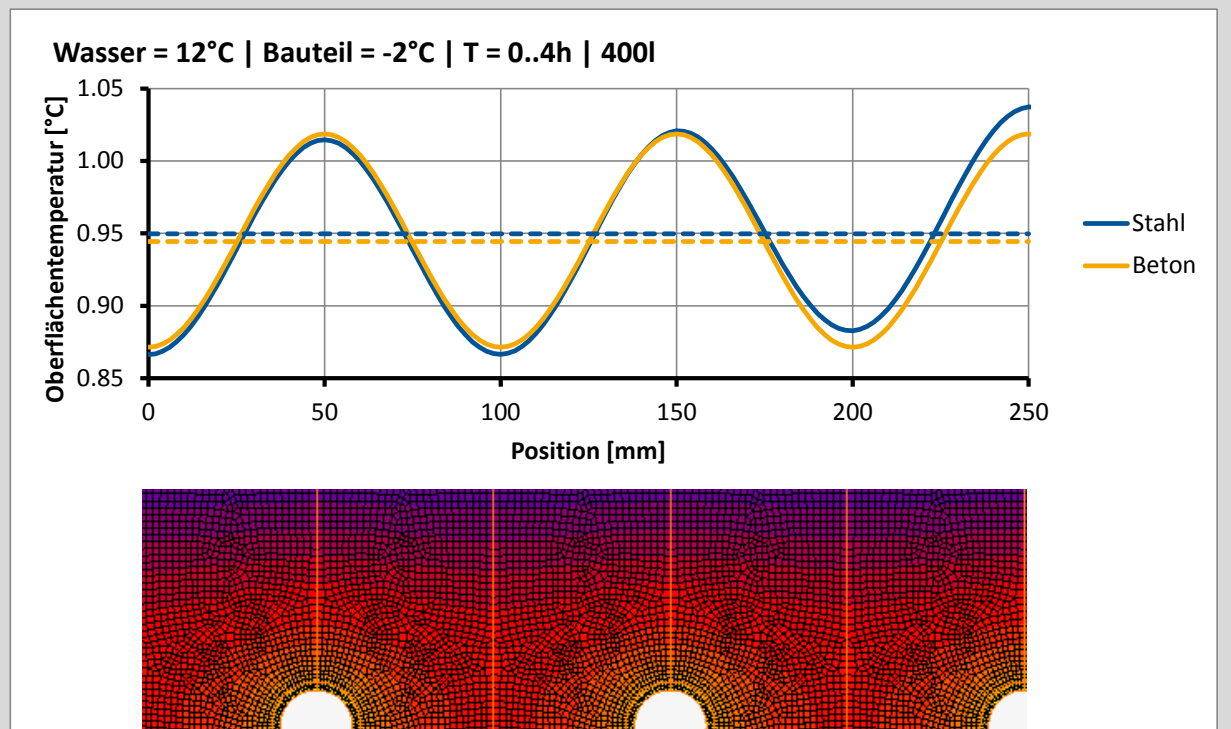


Abbildung 23: Oberflächentemperatur an der Position $x=20m$ nach $t=4h$ (Abbildung: Stahlbrücke)

Dies führt dazu, dass die Vorbemessungstabellen für die Verbundbrücke (Beton) und die Stahlbrücke identisch ausfallen. Im folgenden Vergleich wird daher lediglich die Stahlbrücke betrachtet, die Schlussfolgerungen gelten analog für die Betonbrücke.

6.2 Bauwerkstemperatur / Außentemperatur („Starttemperatur“)

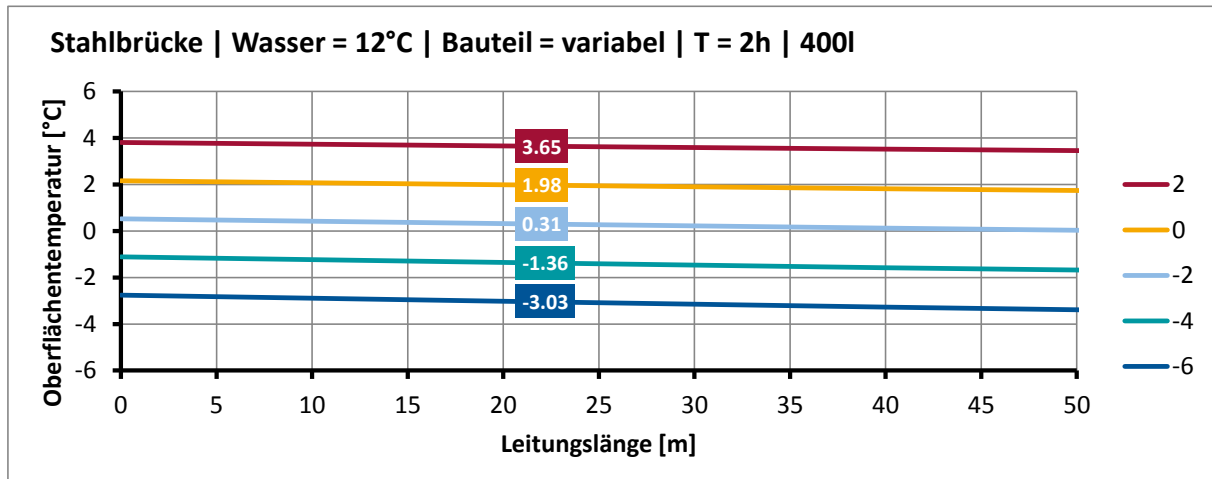


Abbildung 24: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 2 Stunden, $v=400\text{l/h}$, 12°C Wassertemperatur bei unterschiedlichen Bauwerkstemperaturen („Starttemperatur“) (Wert bei $x=20\text{m}$)

Die Bauwerkstemperatur zu Beginn des Heizvorganges hat einen linearen Einfluss auf die Oberflächentemperatur nach einer definierten Zeit T (Reaktionszeit, hier: 2 Stunden). So wird bei einer um 2°C geringeren „Starttemperatur“ bei den hier betrachteten Randbedingungen nach 2 Stunden Heizbetrieb an der Position $x=20\text{m}$ jeweils eine um 1,67°C geringere Oberflächentemperatur erreicht (Abbildung 24). Nach 4 Stunden beträgt die Differenz noch 1,58°C (Abbildung 25).

6.3 Vorlaufzeit

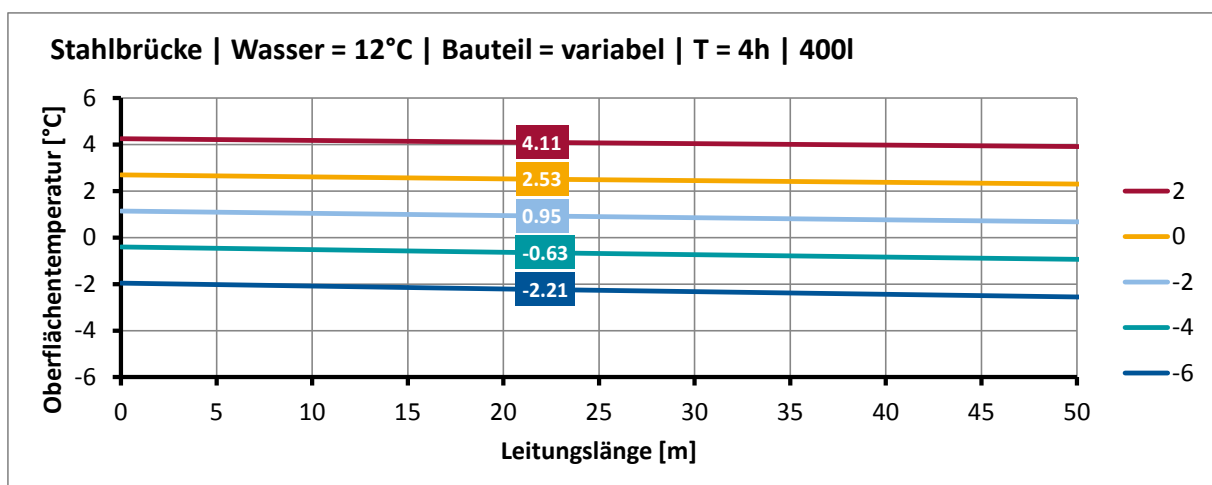


Abbildung 25: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, $v=400\text{l/h}$, 12°C Wassertemperatur bei unterschiedlichen Bauwerkstemperaturen („Starttemperatur“) (Wert bei $x=20\text{m}$)

Bei größer werdender Temperaturspreizung (Wassertemperatur - Außentemperatur) wird der Einfluss der Vorlaufzeit größer, d.h. bei niedriger „Starttemperatur“ ist der zusätzliche Temperaturgewinn durch eine längere Heizdauer größer. Die folgende Tabelle soll dies verdeutlichen:

Tabelle 8: Einfluss von Bauwerks- / Starttemperatur und Vorlaufzeit auf die Oberflächentemperatur

Starttemperatur	2h	4h	Differenz
2°C	3,65°C	4,11°C	0,46°C
0°C	1,98°C	2,53°C	0,55°C
-2°C	0,31°C	0,95°C	0,64°C
-4°C	-1,36°C	-0,63°C	0,73°C
-6°C	-3,03°C	-2,11°C	0,92°C

6.4 Fließgeschwindigkeit

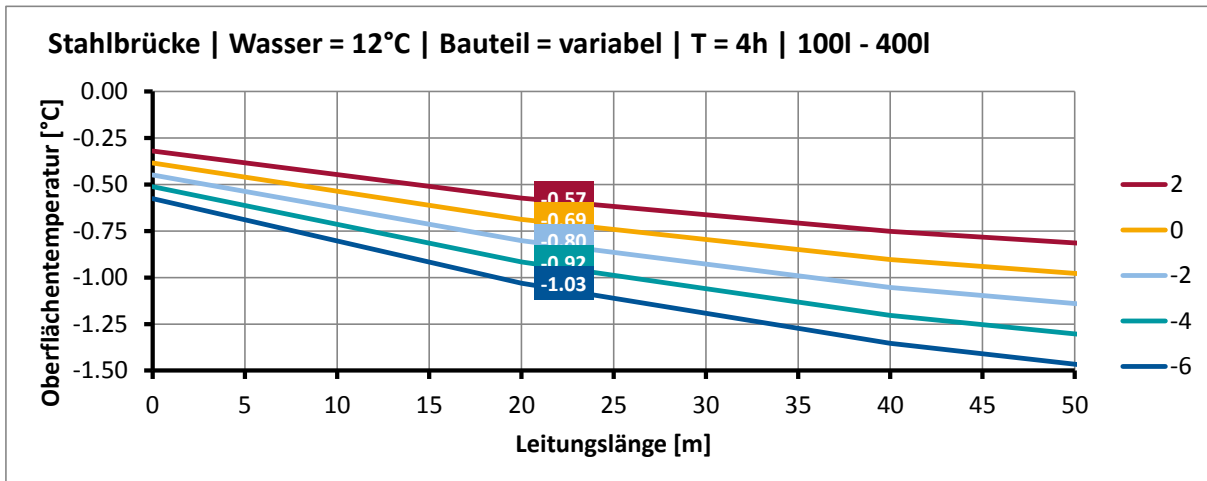


Abbildung 26: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, v=100l/h – v=400l/h, 12°C Wassertemperatur bei unterschiedlichen Bauwerkstemperaturen („Starttemperatur“) (Wert bei x=20m)

In Abbildung 26 ist der Einfluss der Fließgeschwindigkeit auf die Oberflächentemperatur dargestellt. Hierzu wird die Differenz aus Oberflächentemperatur bei einer Fließgeschwindigkeit von 100l/h und einer Fließgeschwindigkeit von 400l/h aufgetragen. Hieraus wird deutlich, dass die Bedeutung der Fließgeschwindigkeit auf die Oberflächentemperatur bei zunehmender Leitungslänge zunimmt.

6.5 Möglicher Einsatz des Systems ohne Wärmepumpe

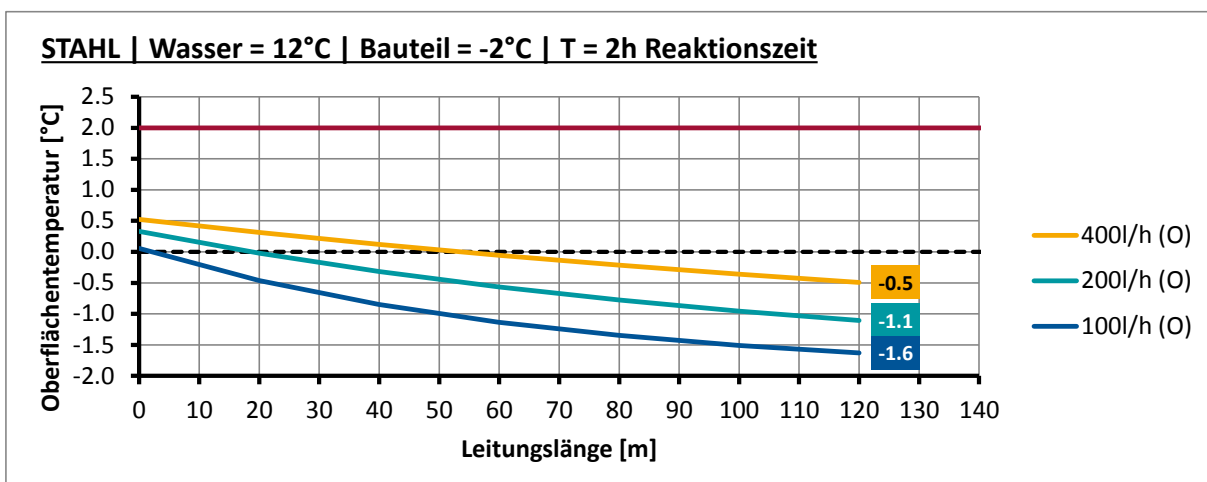


Abbildung 27: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 2 Stunden, 12°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: -2°C

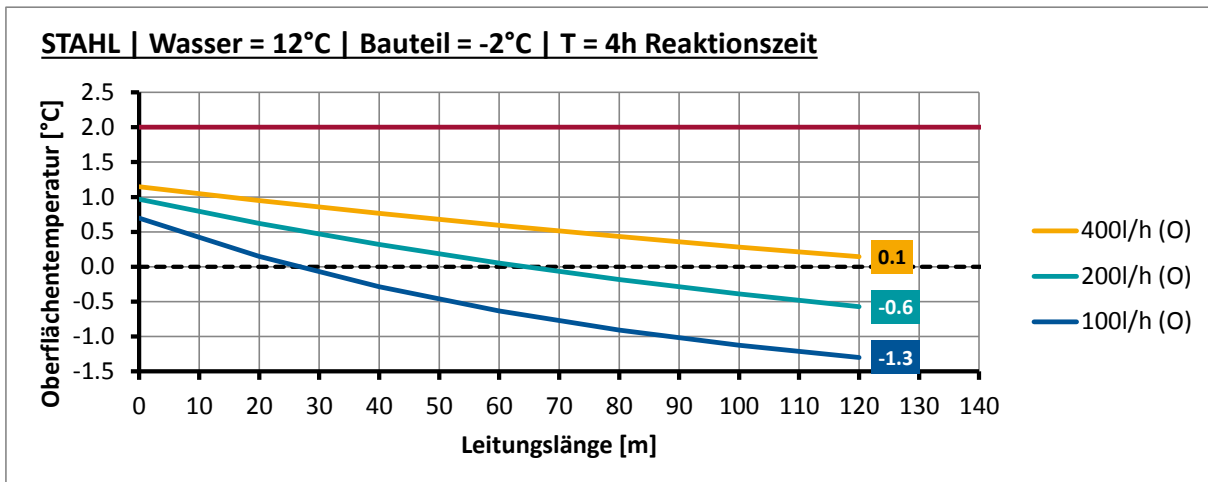


Abbildung 28: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, 12°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: -2°C

Aus den Vorbemessungsdiagrammen (Abbildung 27) und (Abbildung 28) geht hervor, dass bei einer Bauwerkstemperatur („Starttemperatur“) von -2°C eine Eisfreiheit der Fahrbahnoberfläche weder nach 2 noch nach 4 Stunden sichergestellt werden kann.

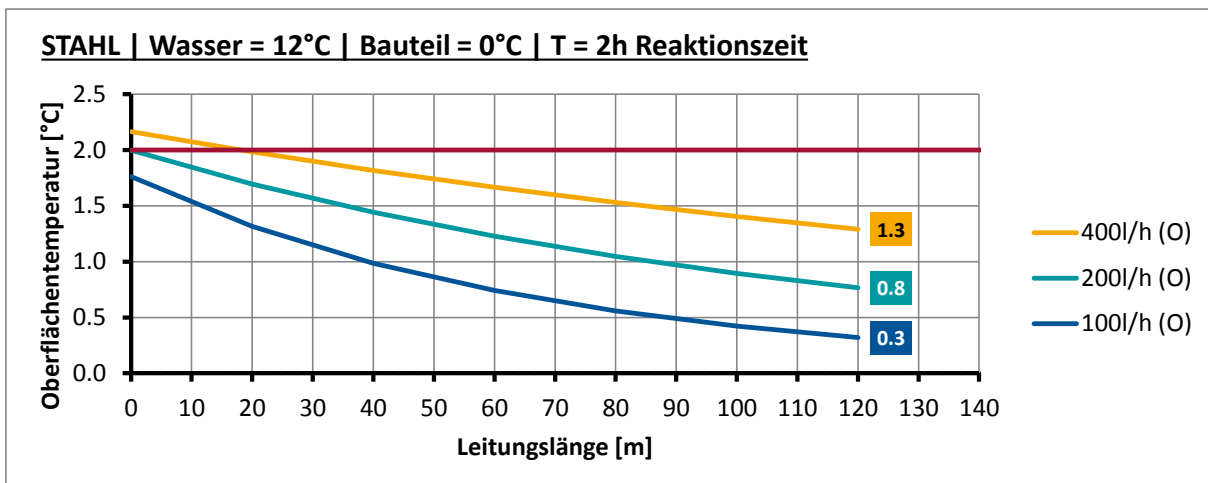


Abbildung 29: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 2 Stunden, 12°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: 0°C

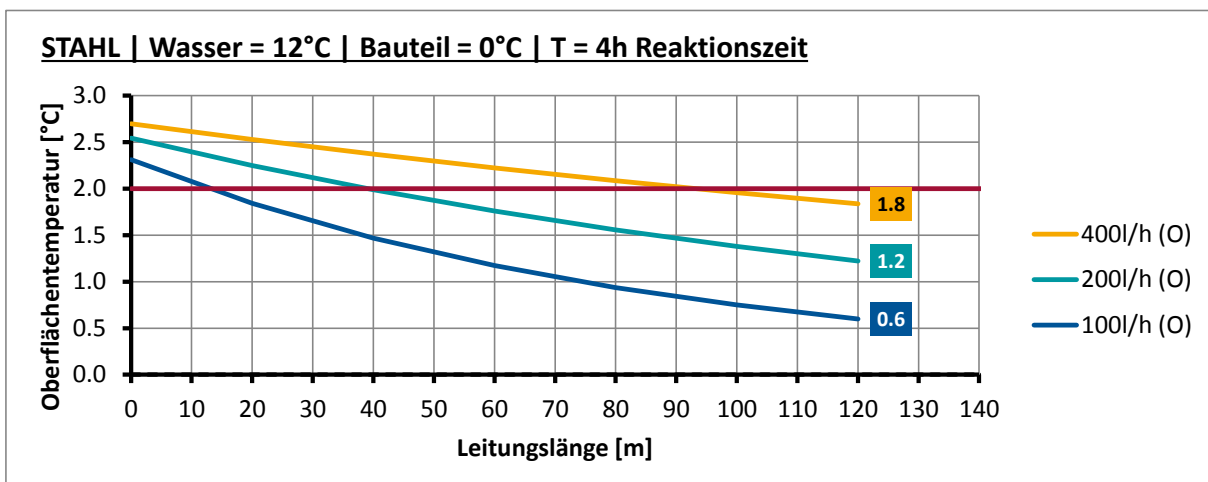


Abbildung 30: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, 12°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: 0°C

Erst ab einer Bauwerkstemperatur („Starttemperatur“) von 0°C kann die Oberflächentemperatur auf über 2°C angehoben werden (Abbildung 29, Abbildung 30). Bei einer Reaktionszeit von 2 Stunden und einer Wassertemperatur von 12°C ist dies jedoch nur bei einer hohen Fließgeschwindigkeit (400l/h) möglich, und dann auch nur bis zu Leitungslängen von ca. 15m (Abbildung 29). Wird die Reaktionszeit auf 4 Stunden angehoben, so kann die Fahrbahnoberfläche auch schon bei geringeren Fließgeschwindigkeiten eisfrei gehalten werden (Abbildung 30). In diesem Fall ist der Einfluss der Fließgeschwindigkeit als groß einzustufen.

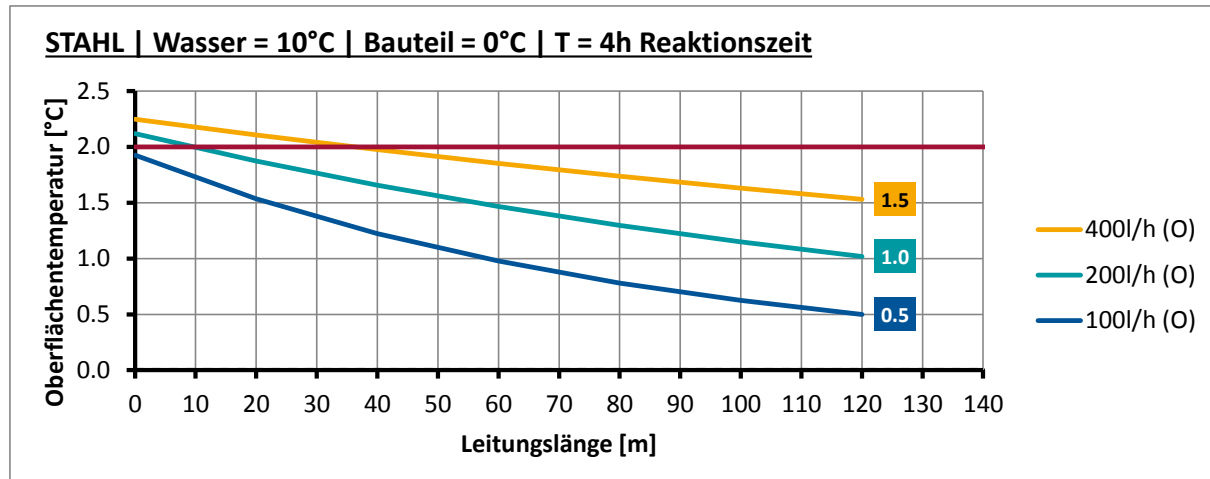


Abbildung 31: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, 10°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: 0°C

Sinkt die Wassertemperatur von 12°C auf 10°C ab, schränken sich die Einsatzmöglichkeiten einer Brückenheizung ohne Wärmepumpe wiederum ein (Abbildung 31). In diesem Fall sind bei einer Fließgeschwindigkeit von $v=200l/h$ und einer Reaktionszeit von 4 Stunden noch Rohrlängen bis 10m realisierbar. Nimmt die Wassertemperatur zu (14°C), so kann das System selbst bei einer Reaktionszeit von 2 Stunden und einer Fließgeschwindigkeit von $v=200l/h$ noch bei Rohrlängen bis 20m zum Einsatz kommen (Abbildung 32).

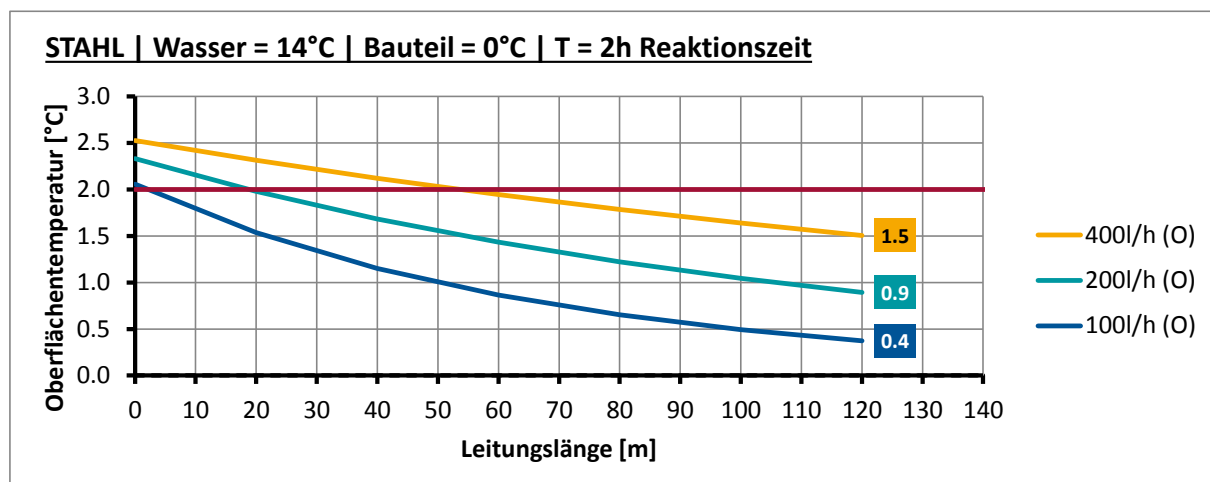


Abbildung 32: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 2 Stunden, 14°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: 0°C

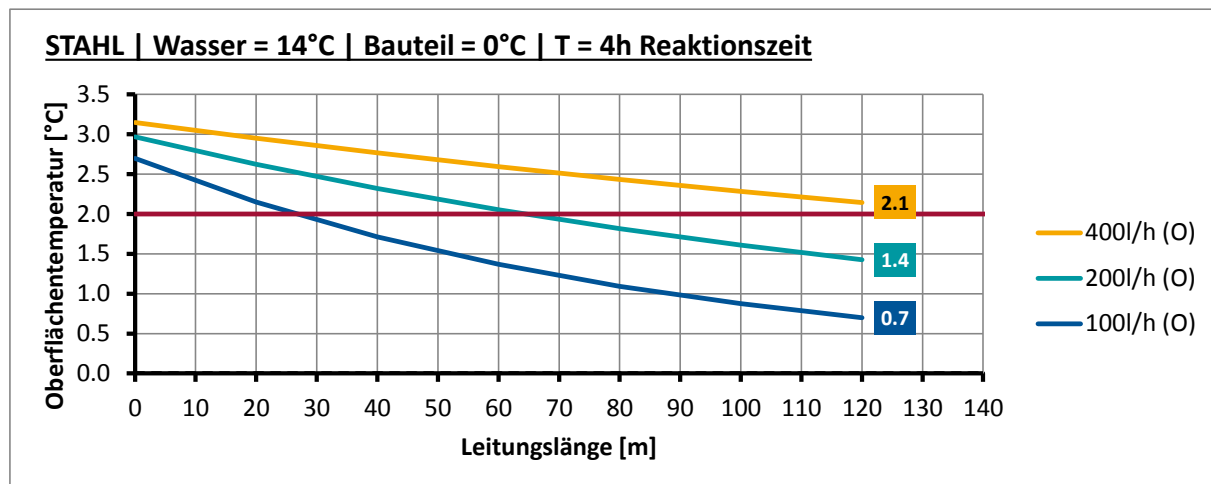


Abbildung 33: Oberflächentemperatur über die Leitungslänge nach 4 Stunden, 14°C Wassertemperatur, Bauteiltemperatur: 0°C

7 Schlussfolgerungen

Der Einsatz einer Brückenheizung ohne Zuhilfenahme einer Wärmepumpe gestaltet sich als schwierig. Sinkt die Bauwerkstemperatur unter -2°C ab, so ist eine Erwärmung der Oberfläche auf 2°C selbst innerhalb von 4 Stunden nicht möglich. Wird die Brückenheizung (12°C) bei Temperaturen von 0°C eingeschaltet, so ist eine Erwärmung der Oberfläche auf 2°C innerhalb von 2 Stunden zwar möglich; allerdings nur dann, wenn die Fließgeschwindigkeit (400l/h) hoch und die Leitungslänge kurz ($<15\text{m}$) ist. Bei einer Wassertemperatur von 14°C ist eine Erwärmung der Oberfläche auf 2°C auch schon bei geringeren Fließgeschwindigkeiten möglich (200l/h). Bei hohen Fließgeschwindigkeiten kann die Leitungslänge in diesem Fall bis auf 50m erhöht werden. Innerhalb der ersten 4 Stunden sind keine signifikanten Unterschiede zwischen dem Aufheizverhalten der Betonbrücke und der Stahlbrücke identifiziert worden, da die Energie zunächst lediglich in die Asphaltsschichten abgegeben wird. Werden die Umgebungstemperaturen als variabel angesetzt, so kann jedoch die höhere Wärmespeicherkapazität des Betons zu abweichenden Ergebnissen (in beide Richtungen) führen.

Bei einer gewünschten Reaktionszeit von einer Stunde ist das System ohne Wärmepumpe nicht zum effektiven Erwärmen der Fahrbahnoberfläche einsetzbar. Hier kann die Heizung lediglich unterstützend wirken, um eventuell bei sinkenden Temperaturen die vorherrschende Oberflächentemperatur zu halten. Hierzu sind jedoch weitere Untersuchungen mit variierenden Umgebungstemperaturen erforderlich.

Es soll abschließend noch einmal darauf hingewiesen werden, dass allen Berechnungen die Annahme zu Grunde liegt, dass die Bauwerkstemperatur im Moment des Einschaltens der Brückenheizung homogen ist und der Umgebungstemperatur entspricht. Weiterhin wurde die Umgebungstemperatur im Zuge der Berechnungen als konstant angesetzt. Aufgrund der verwendeten Materialparameter (Gussasphalt, hohe Wärmeleitfähigkeit) sind die Ergebnisse nicht ohne weiteres auf Bauwerke / Straßen mit anderen Asphaltarten übertragbar.

8 Literaturverweise und Dokumente

- [1] Feldmann, M. et.al, Vermeidung von Glättebildung auf Brücken durch die Nutzung von Geothermie, BASt-Bericht B 87, Carl Schünemann Verlag GmbH, Bremen, 2012
- [2] Mackert, K.-U., Kanalbrücke Berkenthin mit temperierter Fahrbahn, Expertengespräch Stahlbrückenbau, Bergisch Gladbach 27.09.2011
- [3] REHAU AG + Co, REHAU Geothermisches Brückenheizungssystem Objekt Info: Schluss mit Eis und Schnee auf der Elbe-Lübeck-Kanal-Brücke in Berkenthin, Produktinformation, 05/2010
- [4] Recknagel, H., Sprenger, E., Schramek, E.-R., Taschenbuch für Heizung + Klimatechnik (07/08), Oldenbourg Industrieverlag, München, 2007

Anhang A Validierung der Berechnungsergebnisse an einem Versuch im Deckenprüfstand

Anhang A.1 Messungen am Deckenprüfstand

Zur Validierung des zuvor aufgestellten Konzeptes wurden Messungen an einem Deckenprüfstand (Abbildung 34) durchgeführt.

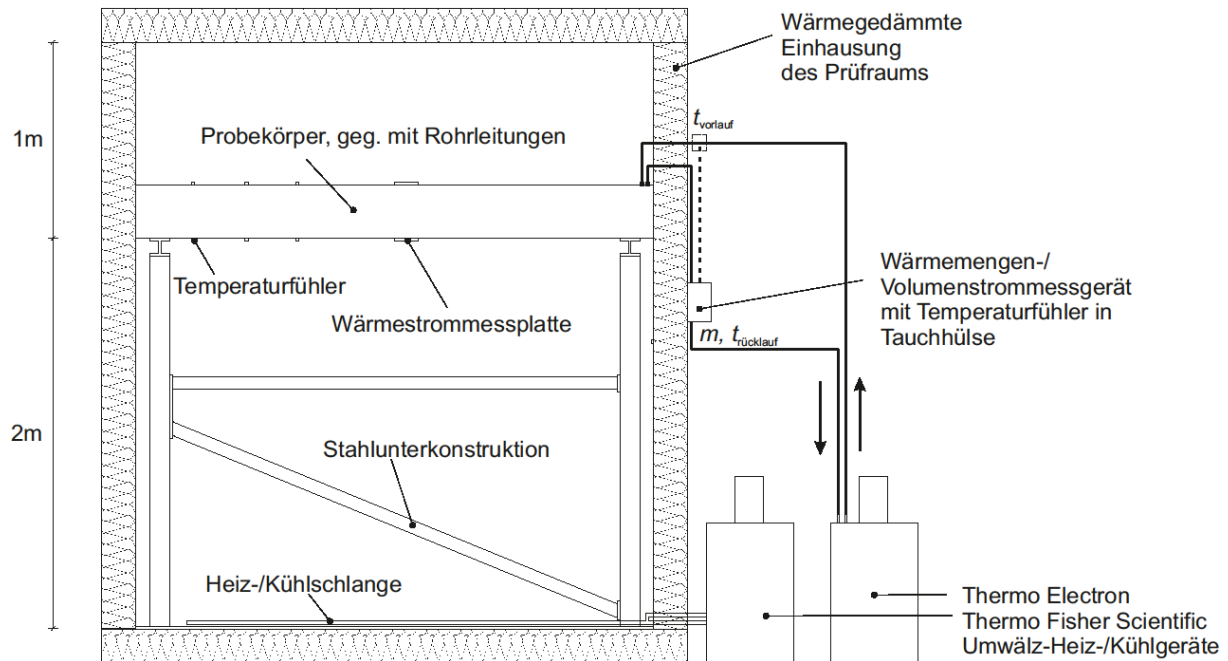


Abbildung 34: Schematischer Aufbau des Deckenprüfstandes zur Leistungsermittlung von thermisch aktivierten Decken am Institut für Stahlbau

Bei dem untersuchten Probekörper handelt es sich um eine Verbunddeckenplatte, die aus einem Betongurt mit Betonkerntemperierung und Stahlprofilen mit Stegöffnungen für die Gebäudetechnik besteht (Abbildung 36). Als Leitung der Betonkerntemperierung wird der Typ Rautherm S der Firma Rehau in der Größe 20 x 2 mm verwendet. Die Rohre besitzen eine Manteldicke von 2 mm und einen Gesamtdurchmesser von 20 mm. Verlegt werden sie schlaufenartig in einem Abstand von 15 cm.

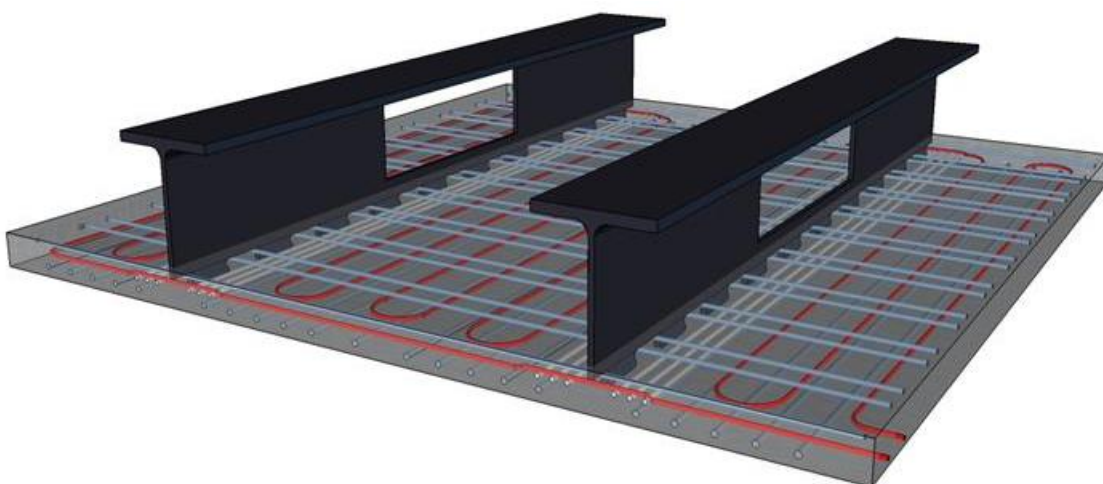
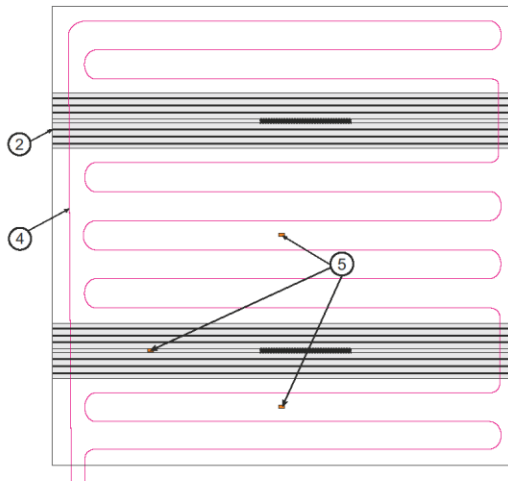


Abbildung 35: 3D-Zeichnung des Probekörpers zur Validierung der Temperaturgleichungen

Betonkerntemperierung (Var. A)



Legende:

- Position 1: In jede Puzzeleausnehmung werden 2 Stück Stabstahl d12 eingelegt. Das bedeutet 2x d12 alle 25 cm
- Position 2: Beidseitig des Steges werden in die Platte jeweils auf einer Breite von 15 cm Spannlitzen St 1570/1770, 0,5" (d=1,25cm) eingelegt. Vorspannung muss **nicht** aufgebracht werden.
- Position 3: Schlaffstahlbewehrung 20 Stäbe d16
- Position 4: RAUTHERM S 20x2 mm schlaufenartig in einem Abstand von 15 cm verlegt
- Position 5: Temperaturfühler Pt100

Querschnitt auf Höhe der Stegöffnungen (Var A)

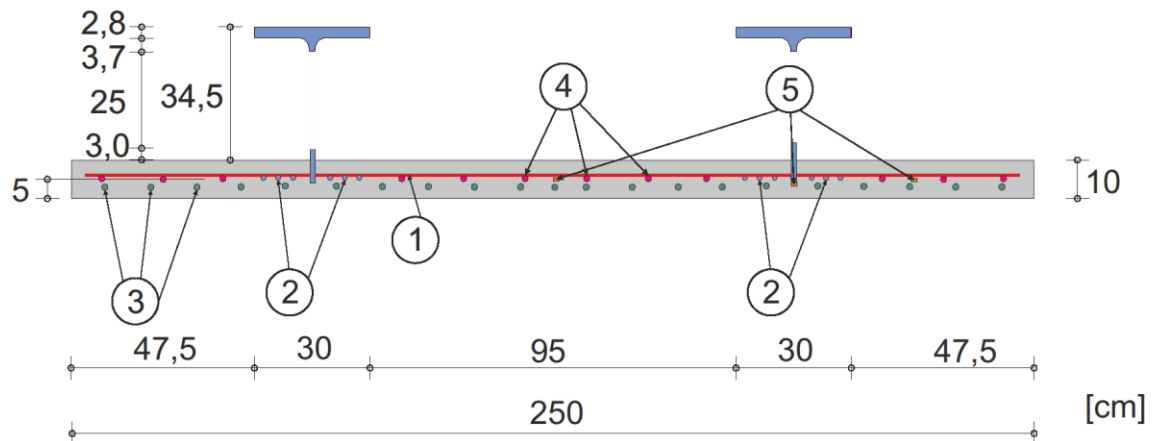


Abbildung 36: Probekörper zur Validierung der Temperaturgleichungen

Es wurden folgende Randbedingungen gewählt:

Das Erwärmen des Prüfraums erfolgte über elektrisch beheizte Kühllast-Simulatoren, die auf dem Fußboden im Prüfraum angeordnet waren. Die Erwärmung des Prüfraumes führte nach ca. 72 Stunden zu einer verharrenden Temperaturverteilung über den gesamten Prüfstand („Steady State“). Während des Aufheizvorgangs wurde die Decke nicht aktiv temperiert. Die Temperaturmessungen an den Oberflächen der Decke ergaben Werte von ca.

- $T_{oben} = 34^{\circ}C$
- $T_{unten} = 38,5^{\circ}C$

Nach „Einschwingen“ der Decke wurde mit der aktiven Temperierung begonnen, wobei sowohl Vorlauf- als auch Rücklaufemperatur gemessen wurden:

- $T_{Vorlauf} = 12^{\circ}C$
- $v = 350 \text{ l/h}$

Die Messungen am Temperierungssystem des Deckenprüfstandes ergaben folgende Werte für den Volumenstrom (Abbildung 37) sowie für Vorlauf- und Rücklaufemperatur (Abbildung 38):

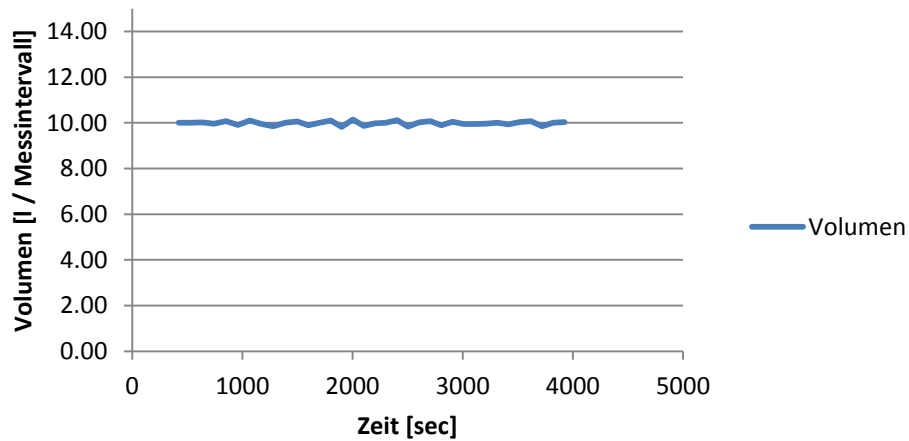


Abbildung 37: Volumenstrom Wasser über die Zeit (Messintervall: ca. 105 sec)

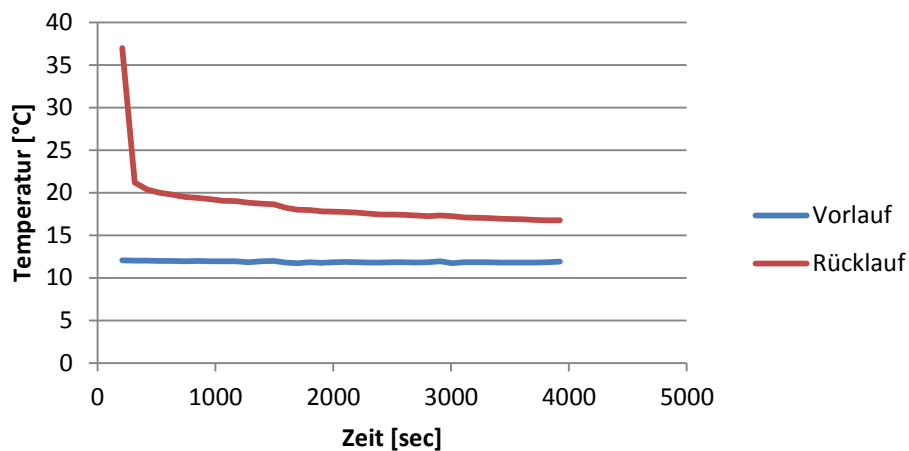


Abbildung 38: Wassertemperatur Vorlauf / Rücklauf

Anhang A.2 Handrechenergebnisse, basierend auf FE-Untersuchungen

Mit Hilfe der FEM wurde ein Segmentmodell der Deckenplatte erstellt und mit folgenden Randbedingungen beaufschlagt:

- $T_{oben} = 34^{\circ}C$
- $T_{unten} = 38,5^{\circ}C$
- $T_{Wasser,1} = 10^{\circ}C$
- $T_{Wasser,2} = 25^{\circ}C$

Der Wärmeübergangskoeffizient (Wasser - Rohrwandung) wurde basierend auf der Wassertemperatur, dem hydraulischen Durchmesser des Rohres sowie der Fließgeschwindigkeit nach Kapitel 4.3 bestimmt zu:

$$a_K = 1500 \text{ W/m}^2\text{K}$$

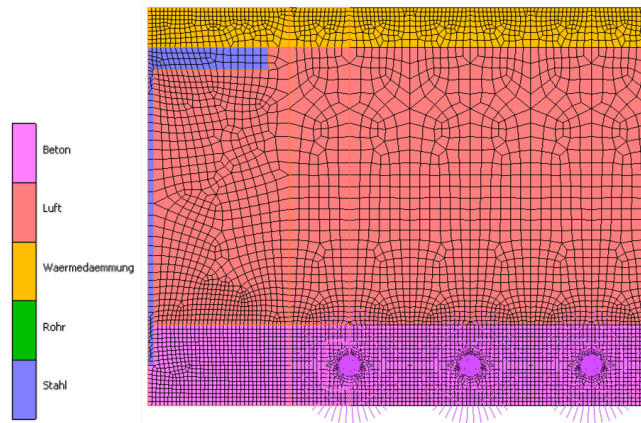


Abbildung 39: FE-Modell mit Randbedingung „Wassertemperatur“

Folgende Wärmeströme wurden im eingeschwungenen Zustand ausgelesen:

- $\Theta_{steady} (T_{Wasser} = 10^\circ C) = -0,03523808 [W/mm]$
- $\Theta_{steady} (T_{Wasser} = 25^\circ C) = -0,01661222 [W/mm]$

Darauf basierend ergibt sich die Temperaturgleichung für den eingeschwungenen Zustand („Steady State“) zu:

$$T_W(x) = e^{-\frac{a}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot x} \cdot \frac{(b + a \cdot T_0) - b}{a}$$

mit

- $a = 0,0012417$
- $b = -0,0476553$
- $v = 460 [mm/s]$
- $s A_W = 0,8424 [Ws/mmK]$

Im vorliegenden Fall liefert dies (für $T_0 = 10^\circ C$):

$$T_W(x) = 28,3784 \cdot e^{-3,20423 \cdot 10^{-6} \cdot x} + 38,378$$

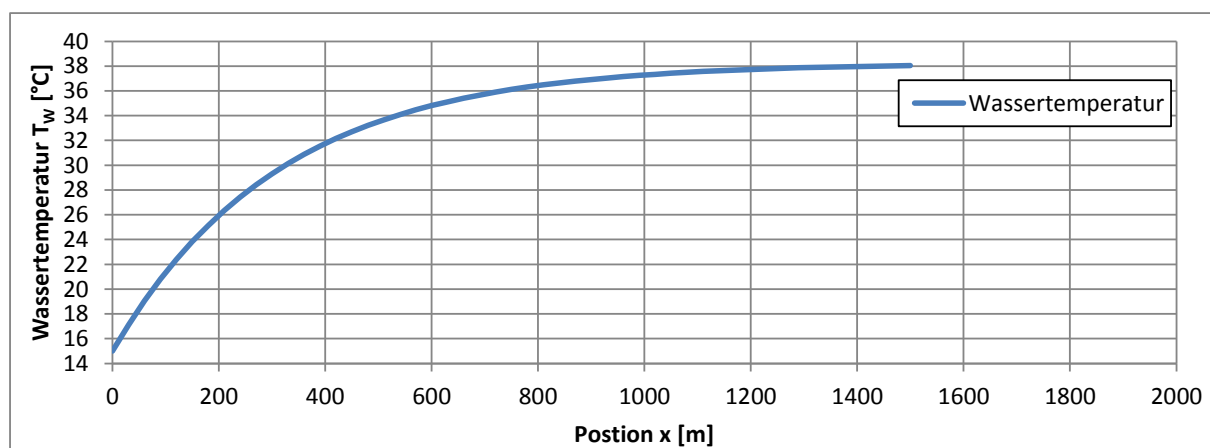


Abbildung 40: Temperaturzunahme im Rohr über die Rohrlänge

Folgende Wärmeströme wurden im Rahmen der transienten Analyse ausgelesen:

- $\Theta_{steady} (T_{Wasser} = 10^\circ C) = -0,05131558 [W/mm]$ ($t = 192.000 \text{ sec}$) (je Rohr)
 - $\Theta_{steady} (T_{Wasser} = 25^\circ C) = -0,02416221 [W/mm]$ ($t = 192.000 \text{ sec}$) (je Rohr)
 - $\Theta_{steady} (T_{Wasser} = 10^\circ C) = x,xxxxxxx [W/mm]$ ($t = 0..39.600$) (je Rohr)
- (Abbildung 41)

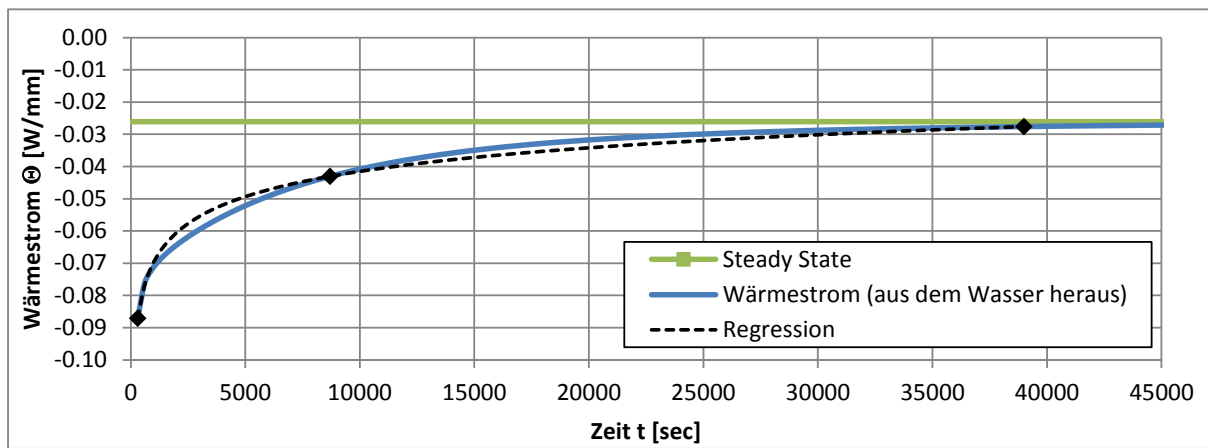


Abbildung 41 : Wärmestrom „Transient“ über die Zeit t (FE, $T_{\text{Wasser}} = 10^\circ\text{C}$), Regressionsgerade

Die Wärmestromgerade (Abbildung 41) wird durch folgende Gleichung angenähert:

$$\theta_{T_0}(t) = n \cdot t^m + p$$

mit:

$$\begin{aligned} m &= -0,027214746 \\ n &= -1,328966802 \\ p &= 0,978393052 \end{aligned}$$

wobei der Zeitraum zwischen $T = 300 \text{ sec}$ und $T = 10.200 \text{ sec}$ berücksichtigt wird (Abbildung 41).

Daraus ergibt sich die Temperaturgleichung zu:

$$T_W(x, t) = e^{-\frac{a(t)}{A_W \cdot v \cdot s} \cdot x} \cdot \frac{(r(t) - T_0 \cdot a(t)) + r(t)}{a(t)}$$

mit

$$\begin{aligned} m &= -0,027214746 \\ n &= -1,328966802 \\ p &= 0,978393052 \\ s A_W &= 0,8424 [\text{Ws/mmK}] \end{aligned}$$

Beispielhafte Wassertemperaturen sind in Abbildung 42 über die Rohrlänge aufgetragen.

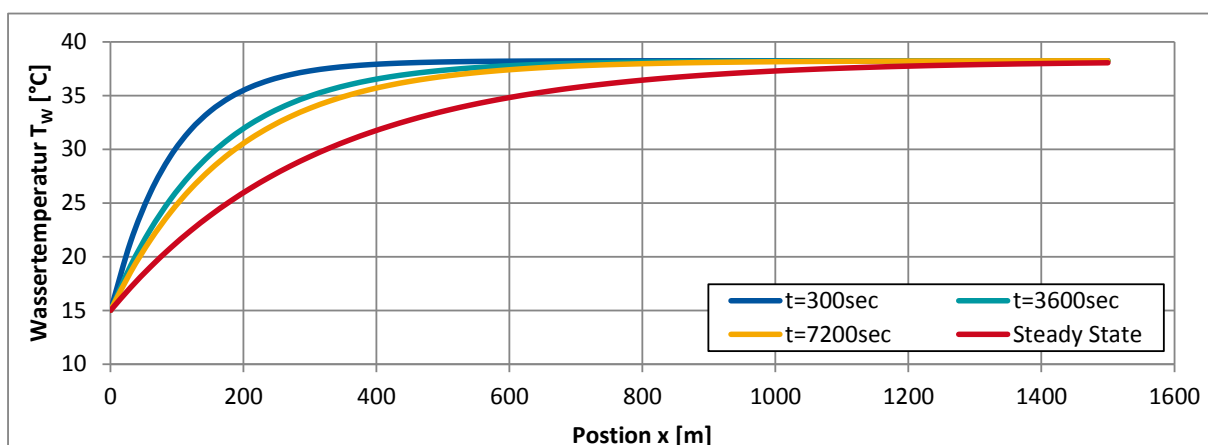


Abbildung 42 : Temperaturabfall zu unterschiedlichen Zeitpunkten T , $\alpha = 1500$

Der Vergleich der so ermittelten Rücklauftemperaturen mit den gemessenen Rücklauftemperaturen ist in Abbildung 43 über die Zeit aufgetragen.

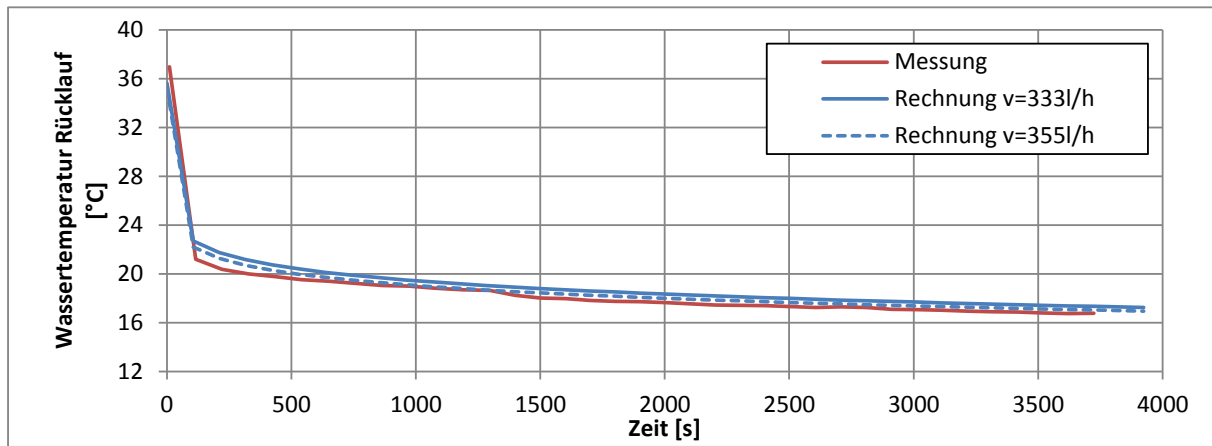


Abbildung 43 : Vergleich der Rücklauftemperatur (Messwerte / berechnete Werte)

Anhang B Vorbemessungstafeln (Verbundbrücke)

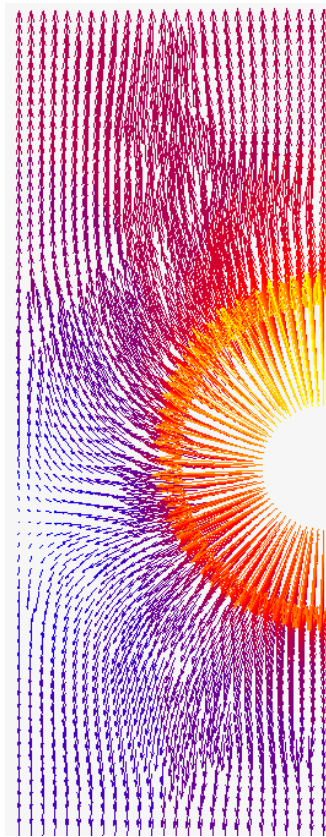


Abbildung 44 : Wärmestrom „Verbundbrücke“

Tabelle 9: Materialparameter FE „Verbundbrücke“

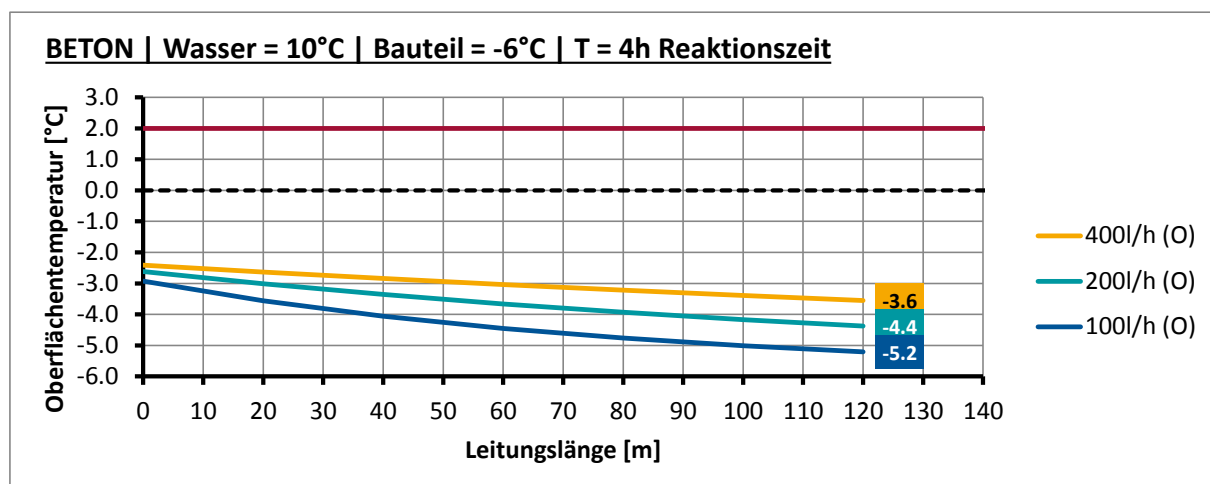
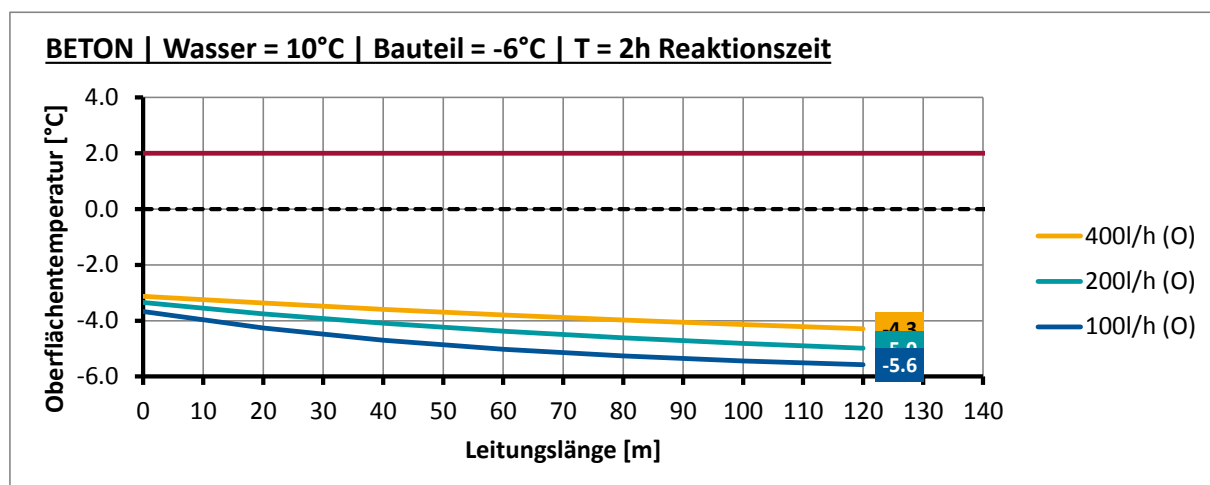
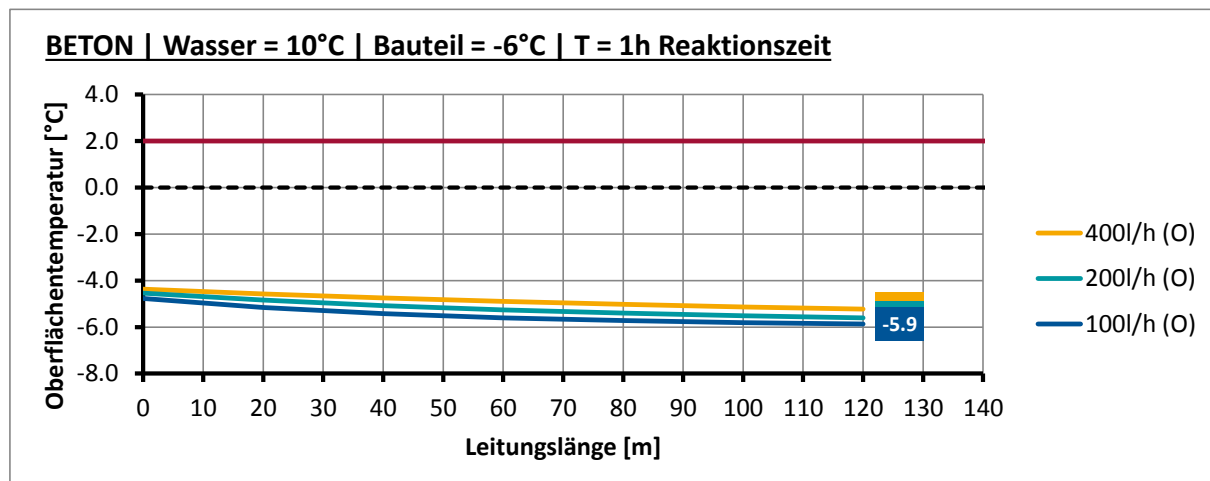
Material	Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m·K)]	Spezifische Wärmekapazität c [J/(kg K)]	Dichte ρ [kg/m ³]
Beton	2,5	1.000	2.500
Rohr	0,35	900	800
Gussasphalt	0,7	1.000	2.100

Die Oberflächentemperatur $T_o(T,x)$ wurde basierend auf der Wassertemperatur im Rohr $T_w(T,x)$ ermittelt (vgl. Kapitel 3.8). Hierzu wurden die Stellen ($x=0m, 20m, 40m, 60m, 80m, 100m, 120m$) ausgewertet.

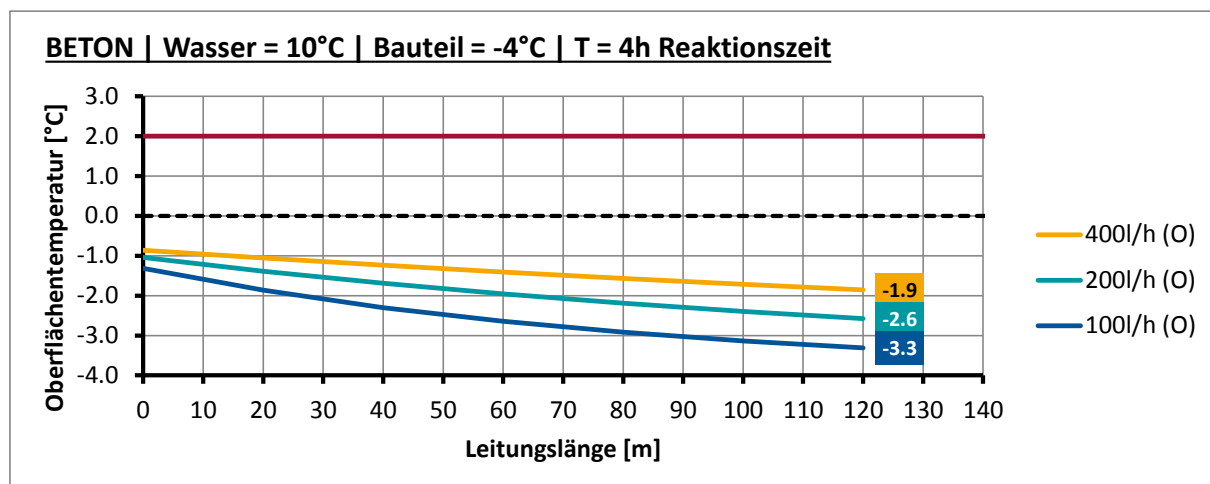
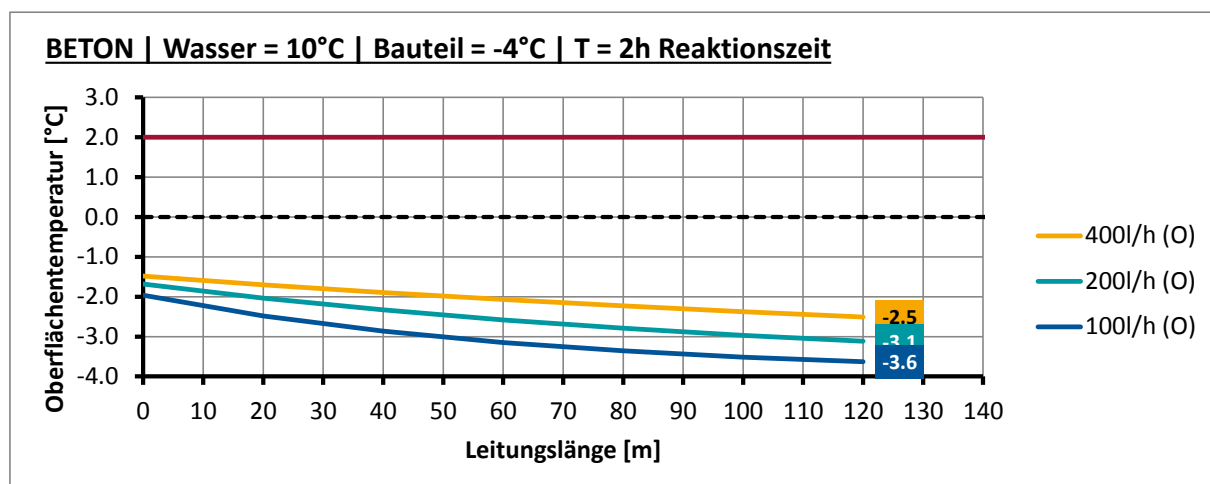
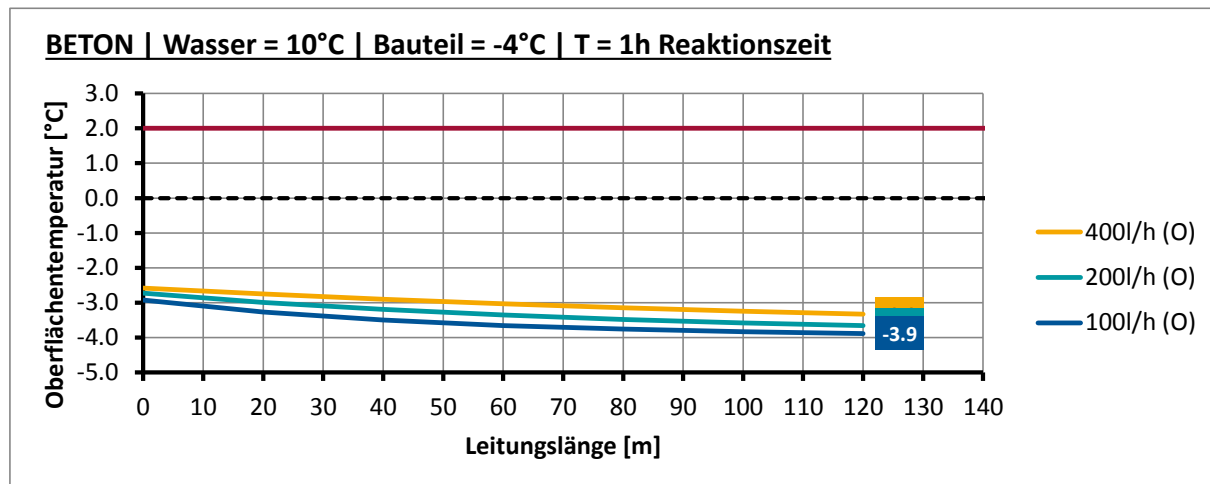
Den Berechnungen liegt der in Kapitel 3.2 beschriebene Fahrbahnaufbau zu Grunde. Die Berechnungen gelten lediglich für die in Tabelle 9 aufgeführten Materialien bzw. Materialparameter. Hier sei darauf hingewiesen, dass insbesondere eine Änderung des Asphalts zu anderen Ergebnissen führen wird. Es ist davon auszugehen, dass ein konventioneller Asphalt (welcher aufgrund der Porosität eine geringere Wärmeleitfähigkeit aufweist) die Funktionsweise des Temperierungssystems negativ beeinflussen wird.

Anhang B.1 Verbundbrücke, $T_w=10^\circ\text{C}$

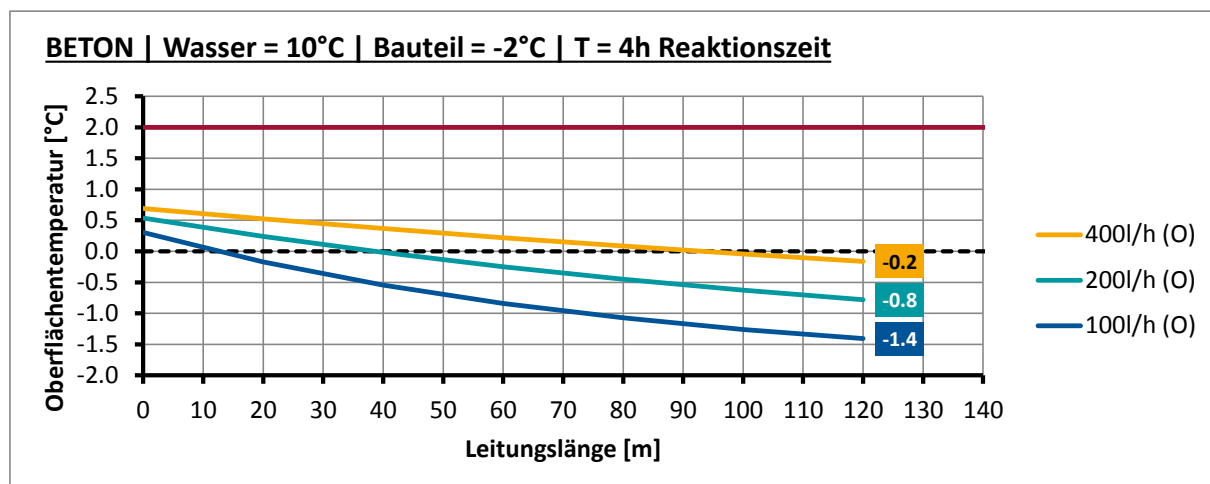
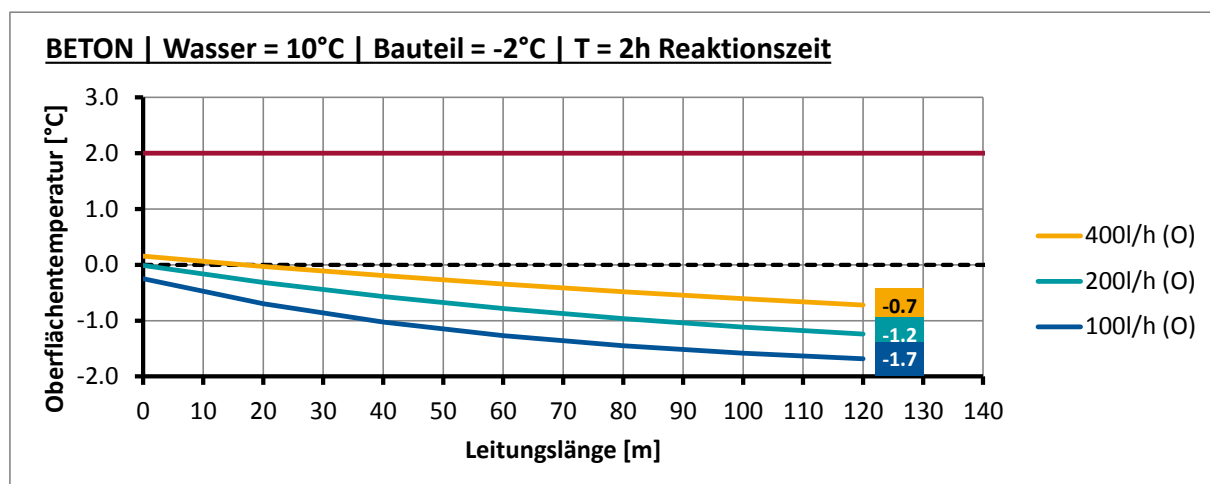
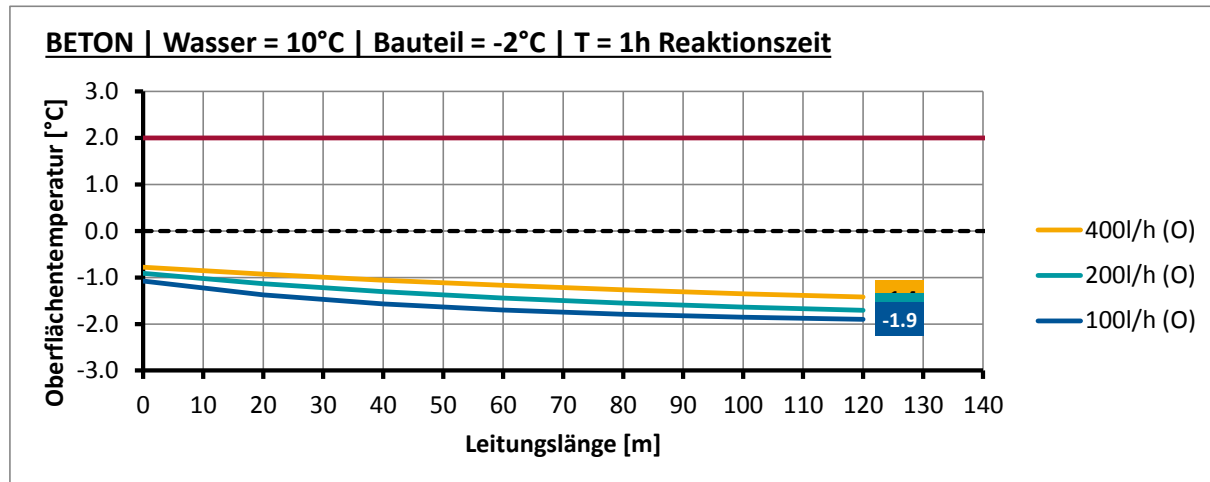
Anhang B.1.1 Verbundbrücke, $T_w=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-6^\circ\text{C}$



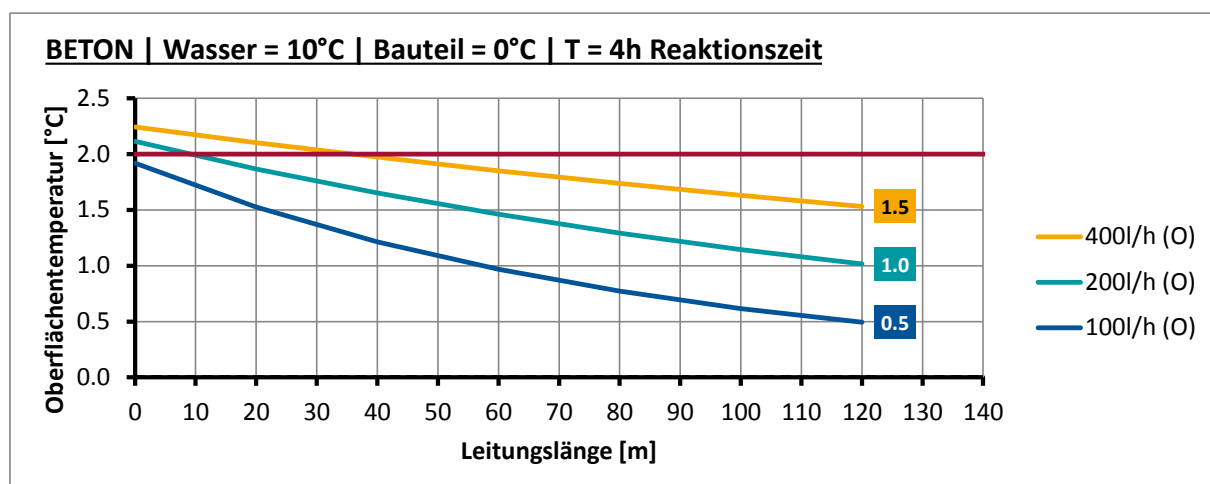
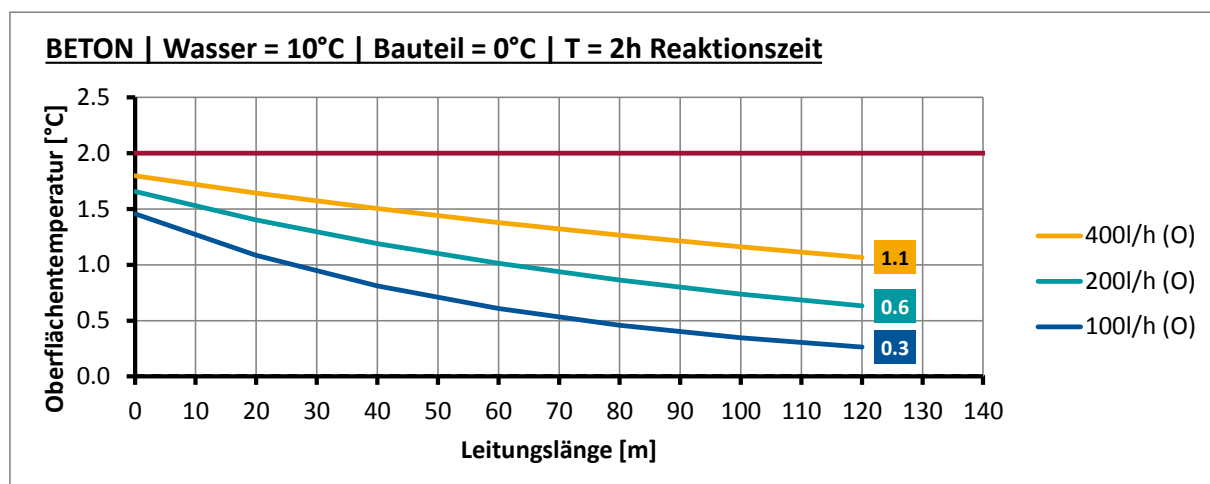
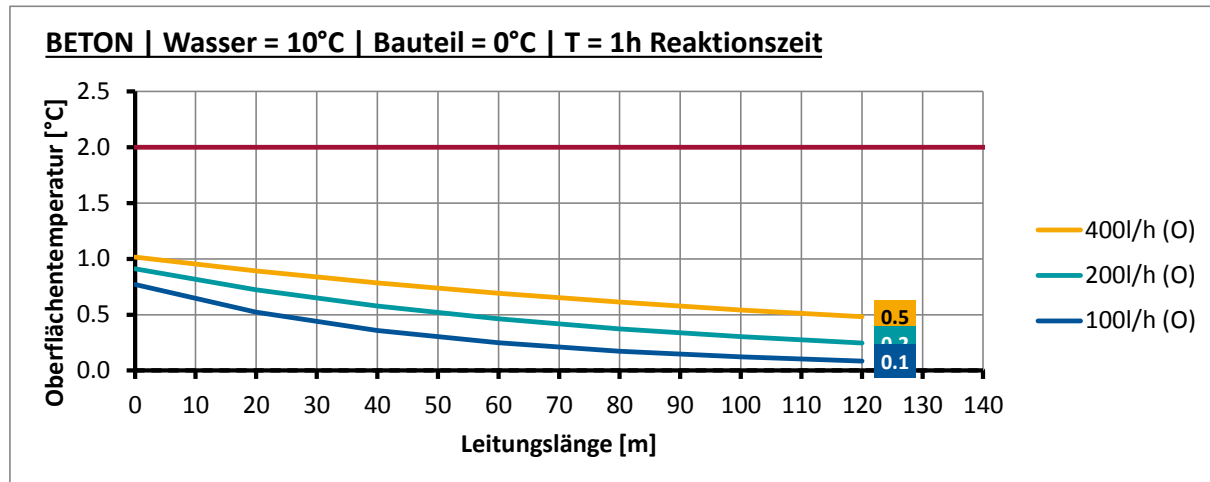
Anhang B.1.2 Verbundbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



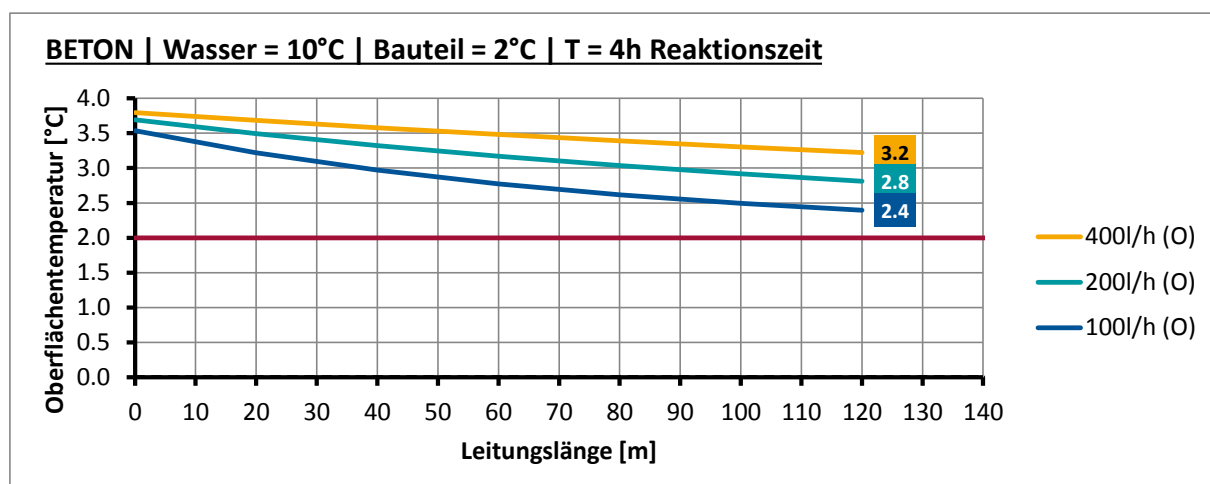
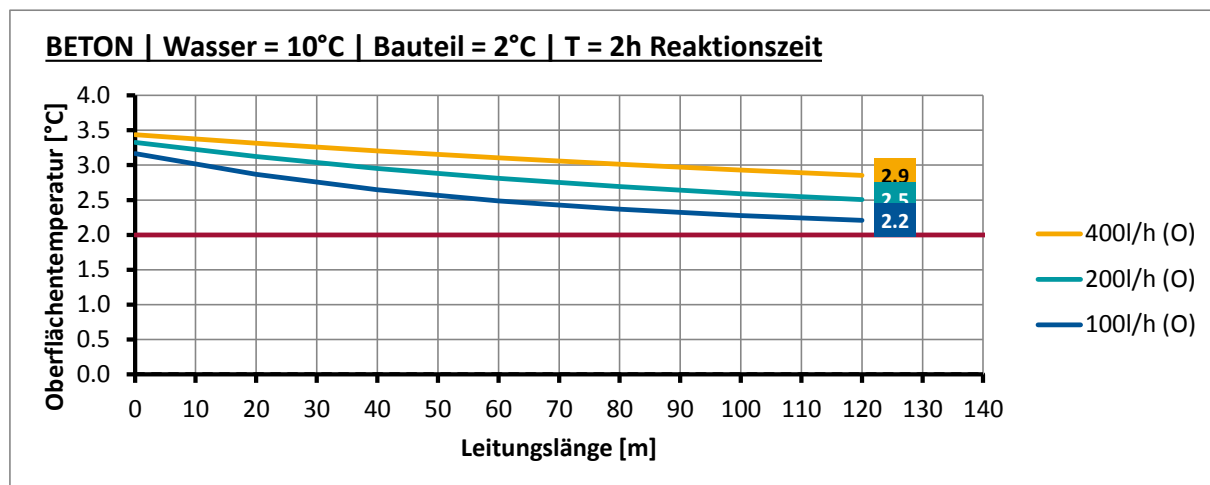
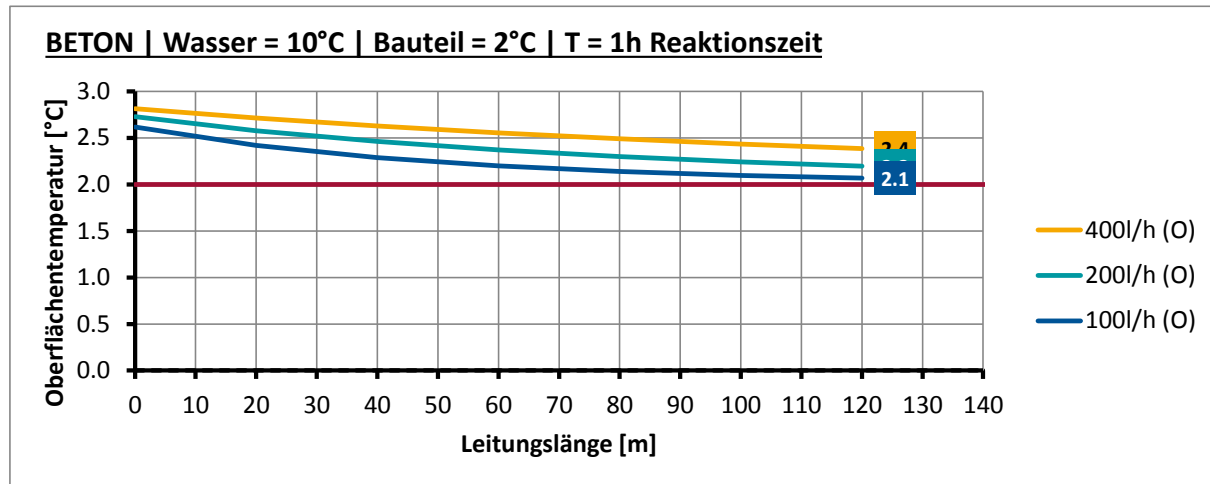
Anhang B.1.3 Verbundbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang B.1.4 Verbundbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$

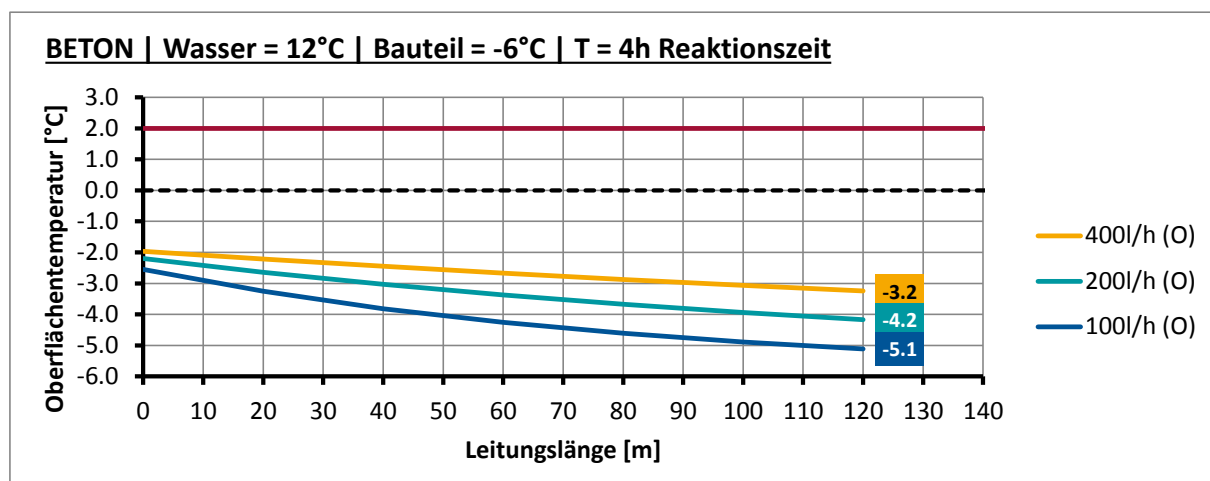
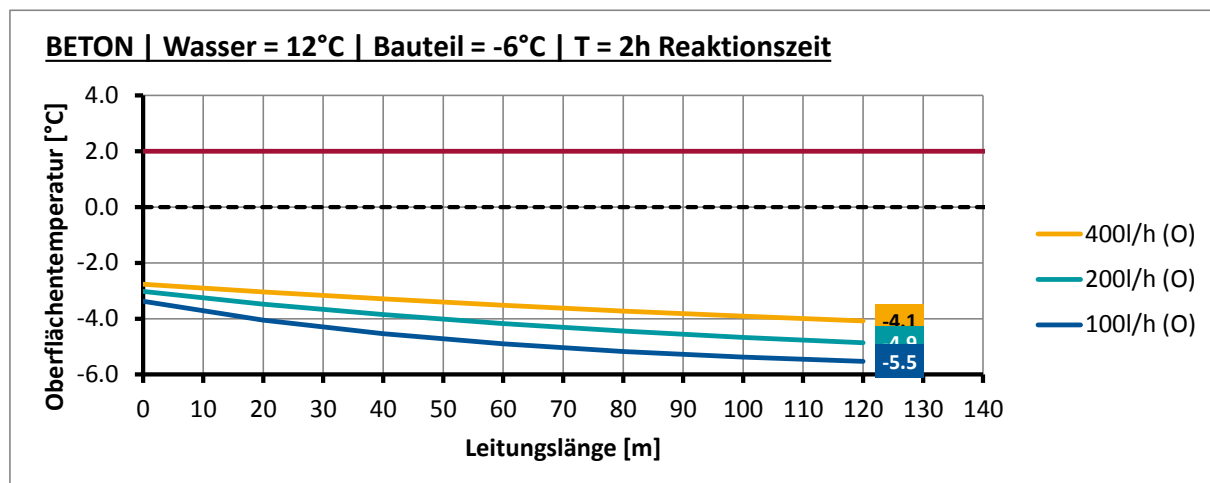
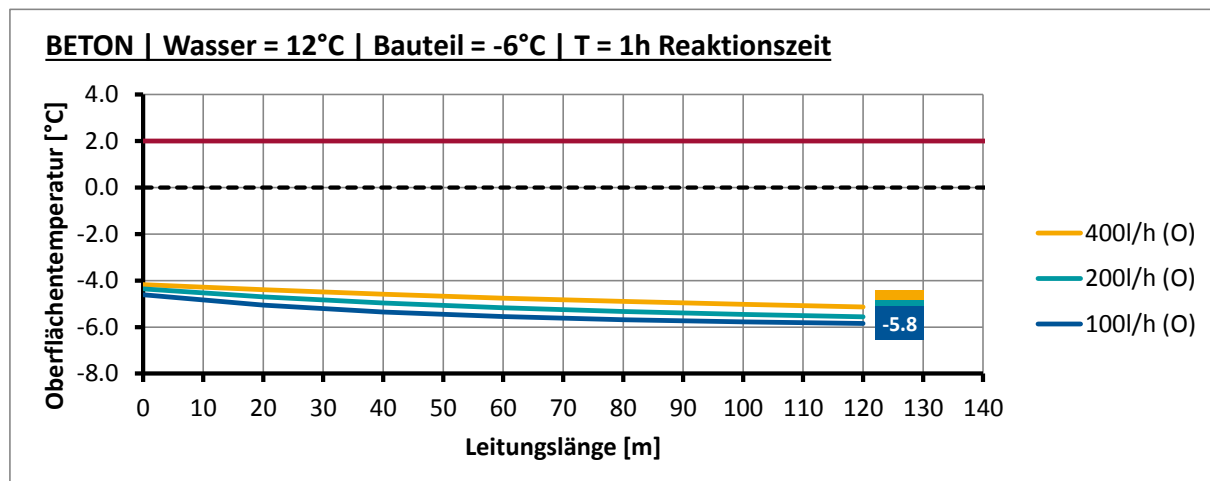


Anhang B.1.5 Verbundbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=2^\circ\text{C}$

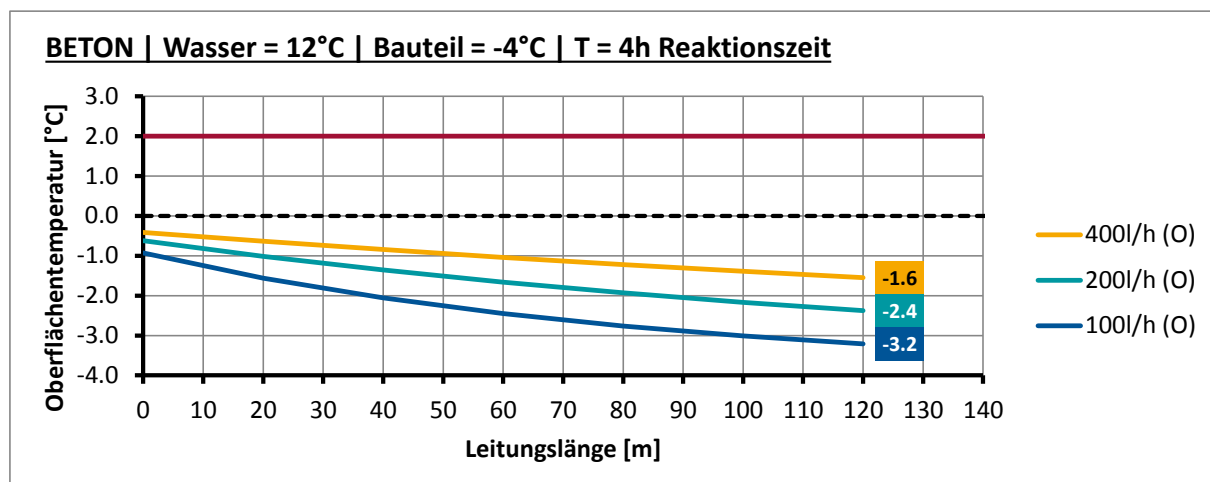
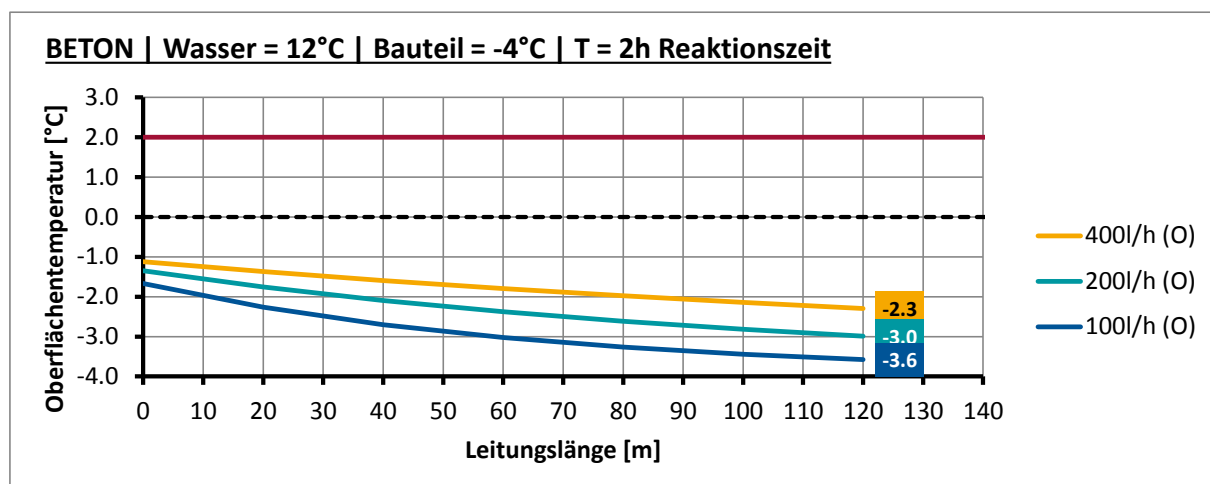
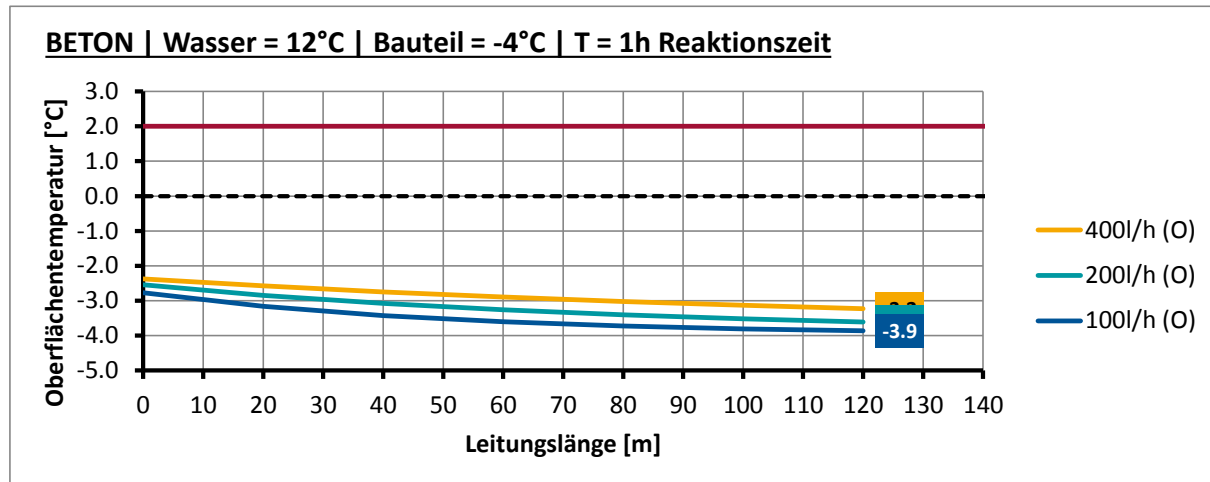


Anhang B.2 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$

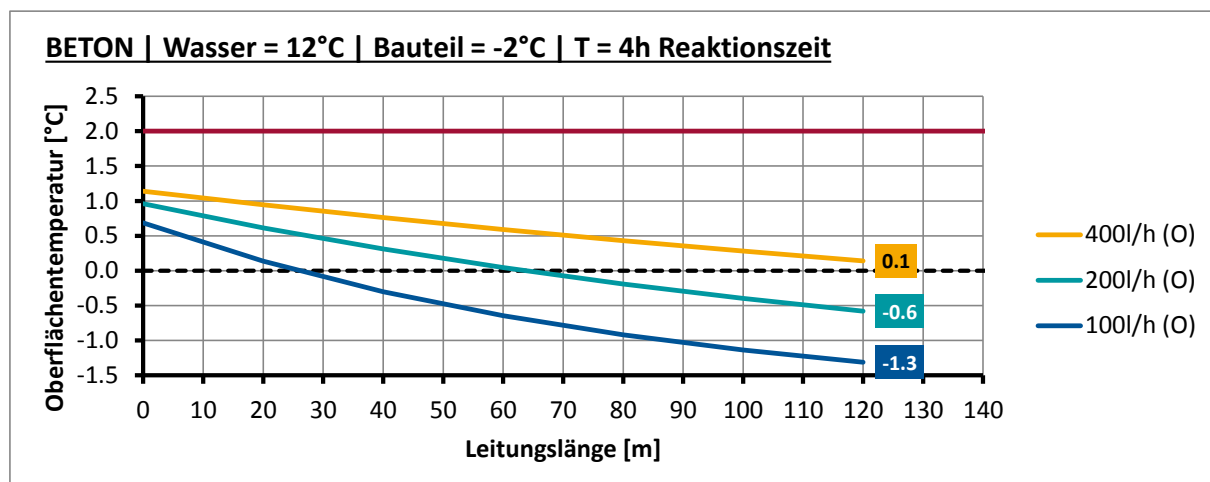
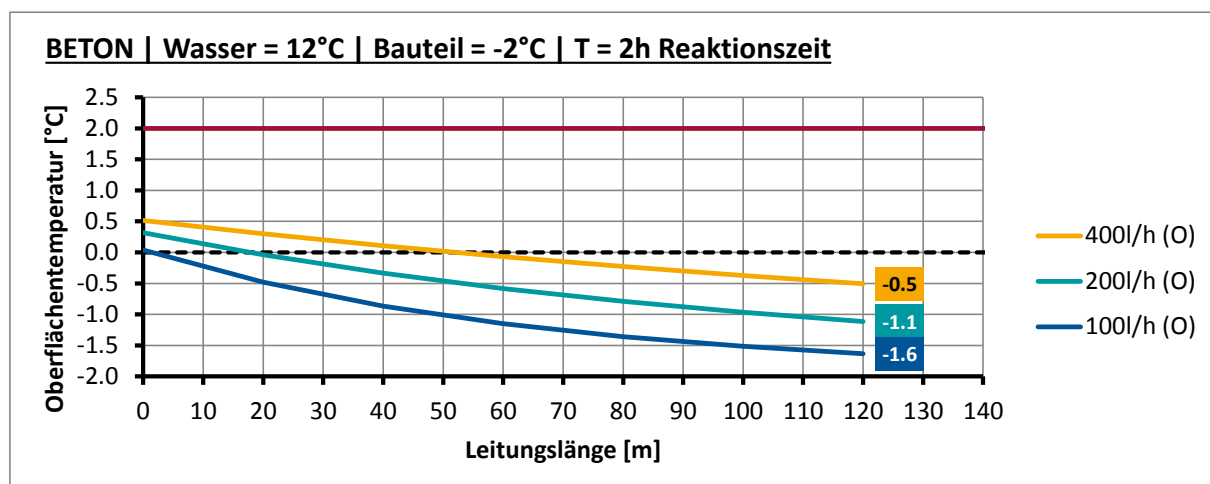
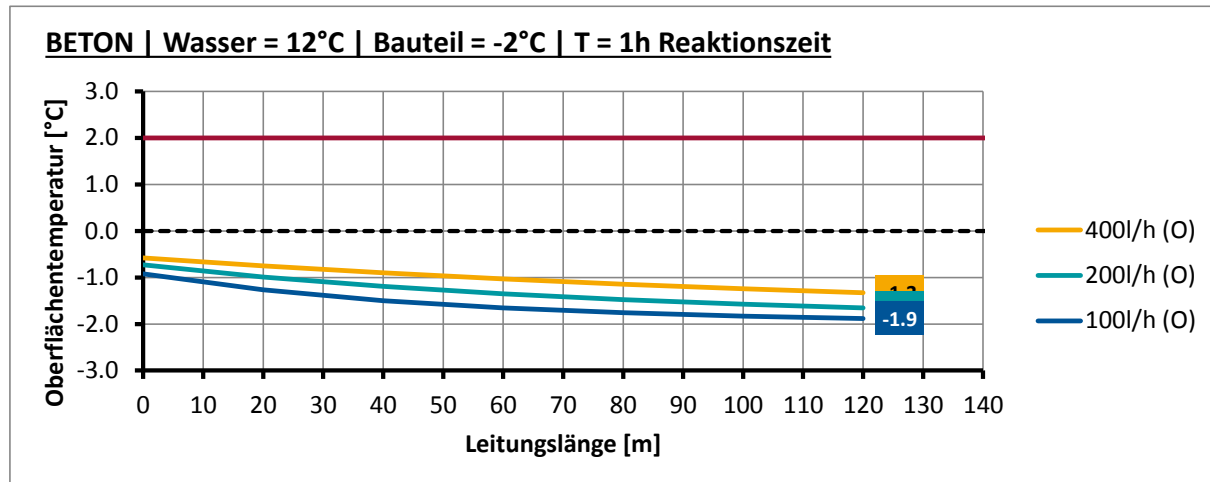
Anhang B.2.1 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-6^\circ\text{C}$



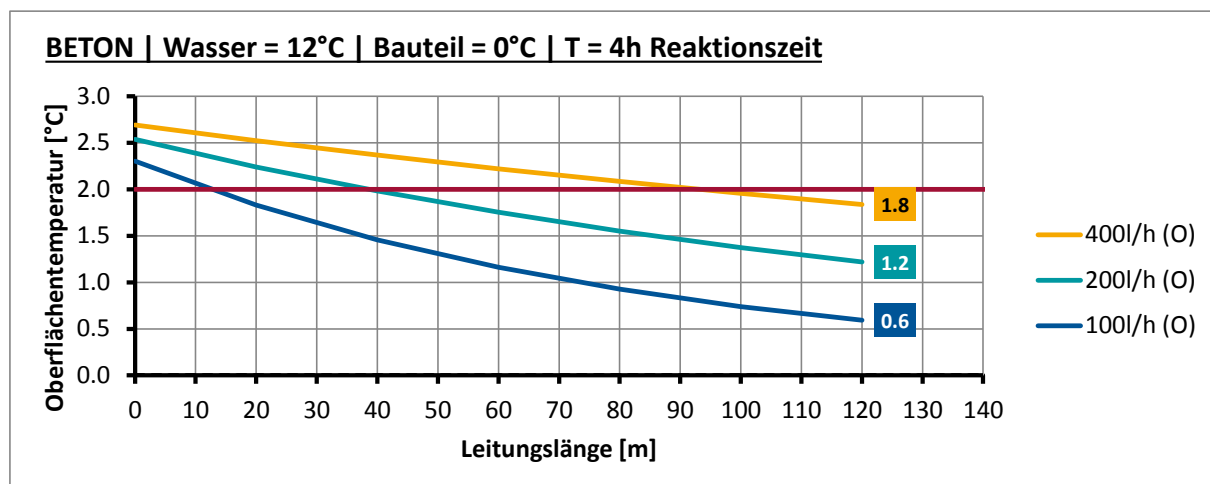
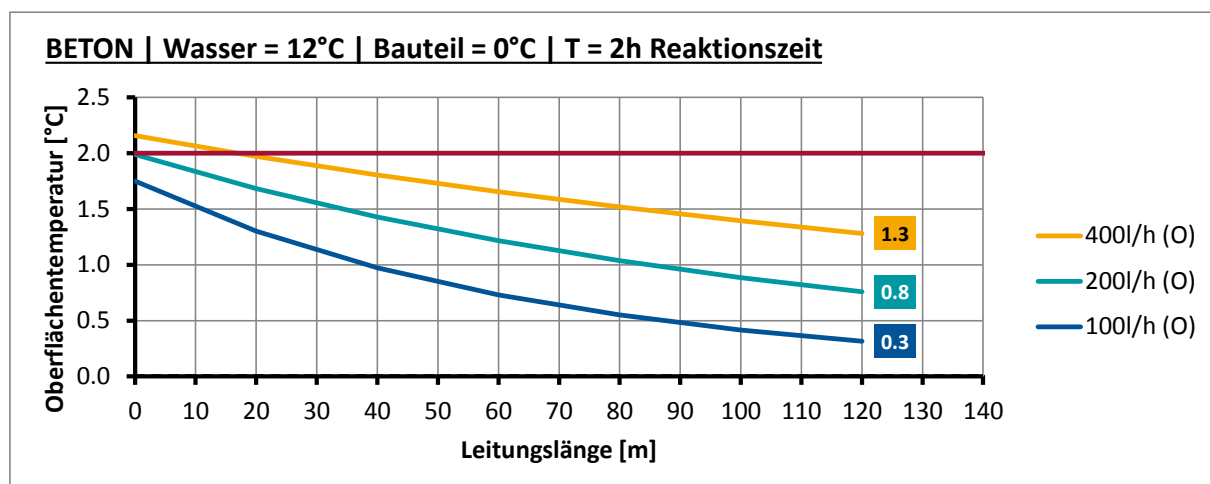
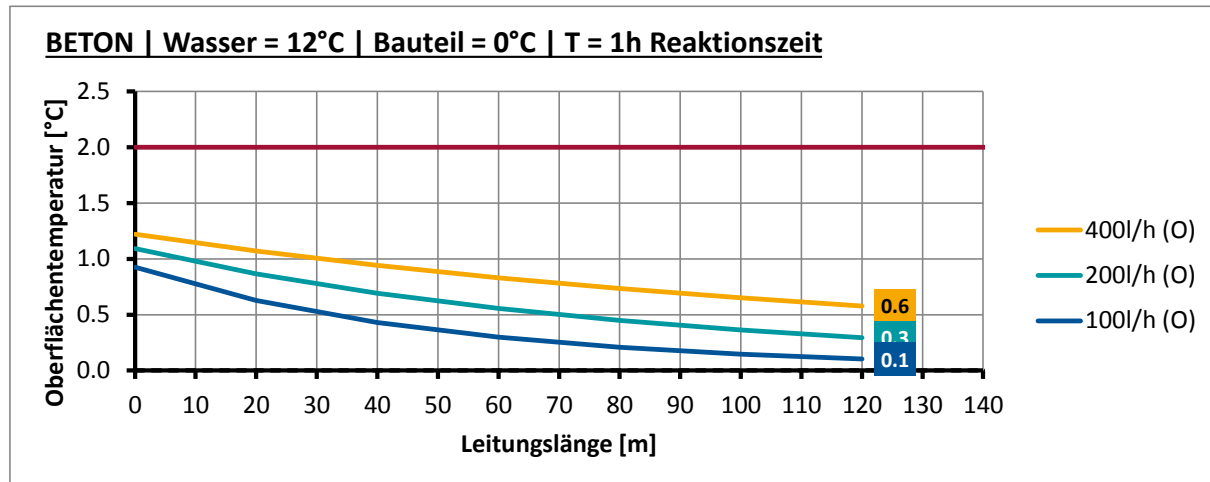
Anhang B.2.2 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



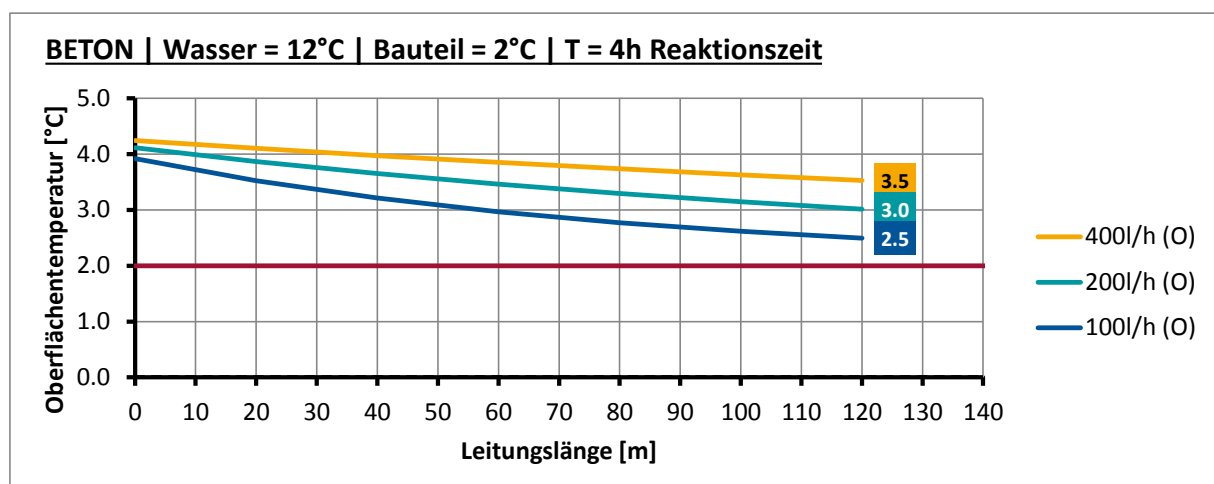
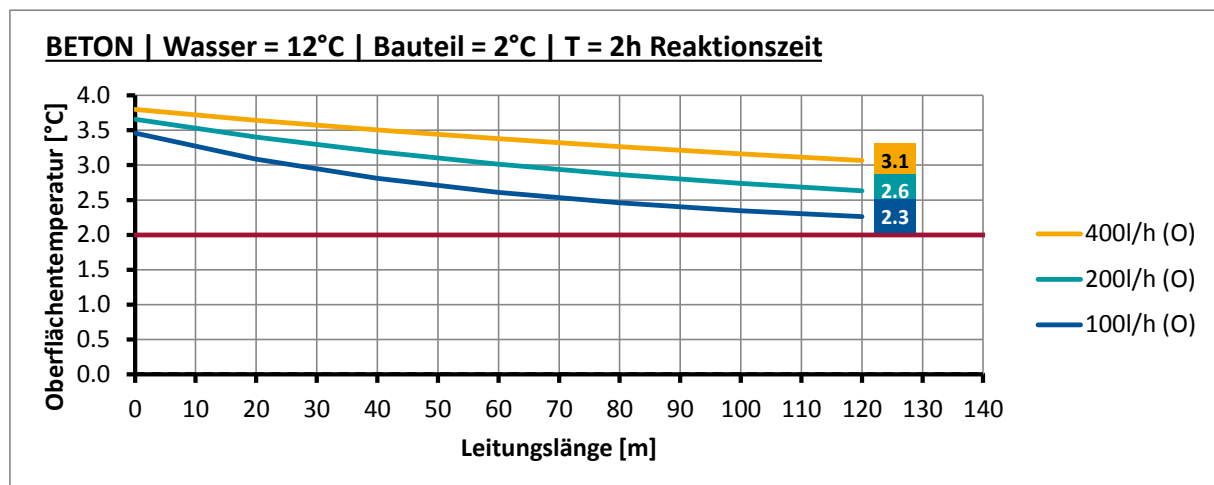
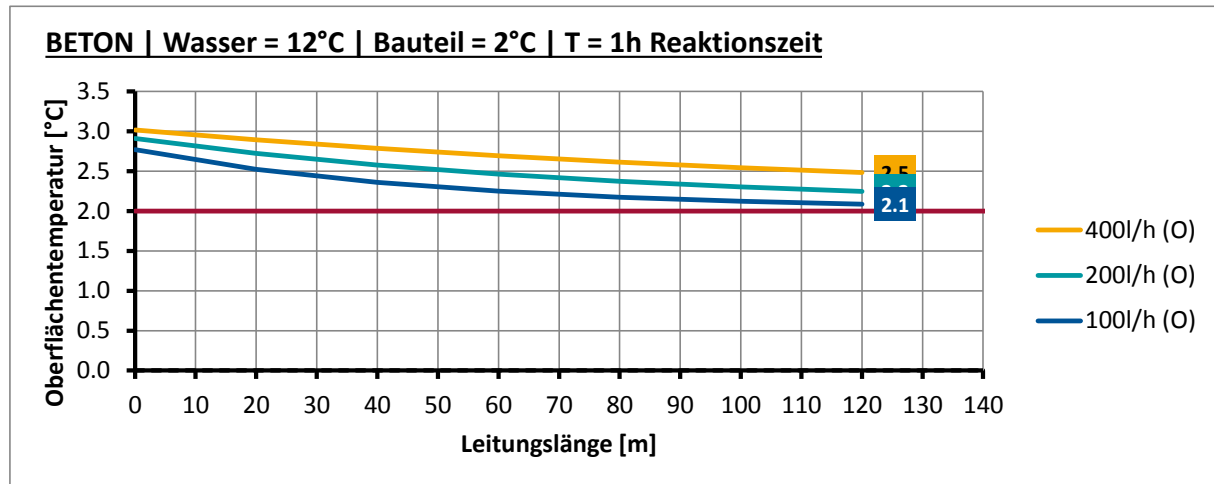
Anhang B.2.3 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang B.2.4 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$

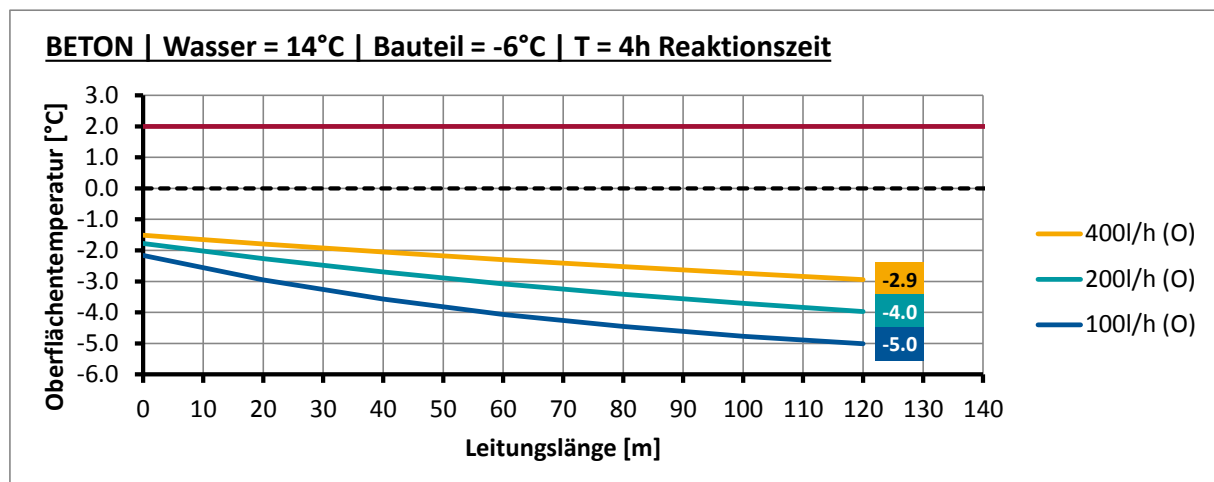
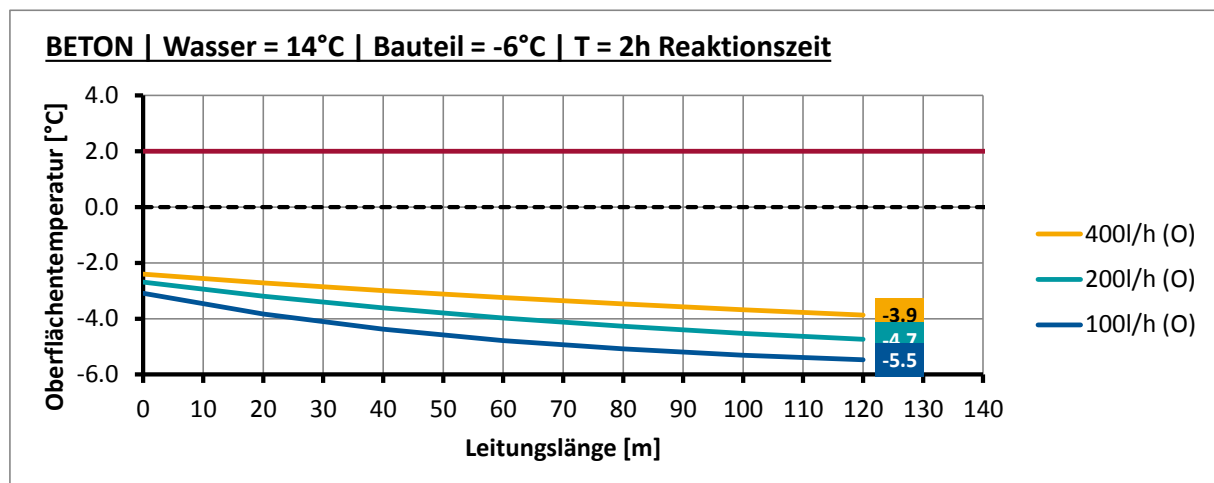
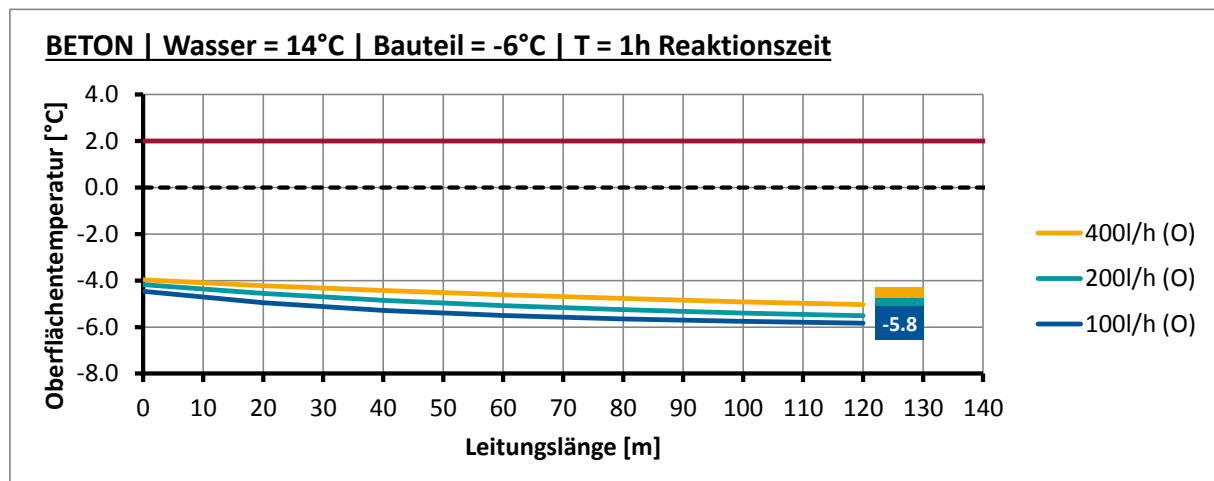


Anhang B.2.5 Verbundbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=2^\circ\text{C}$

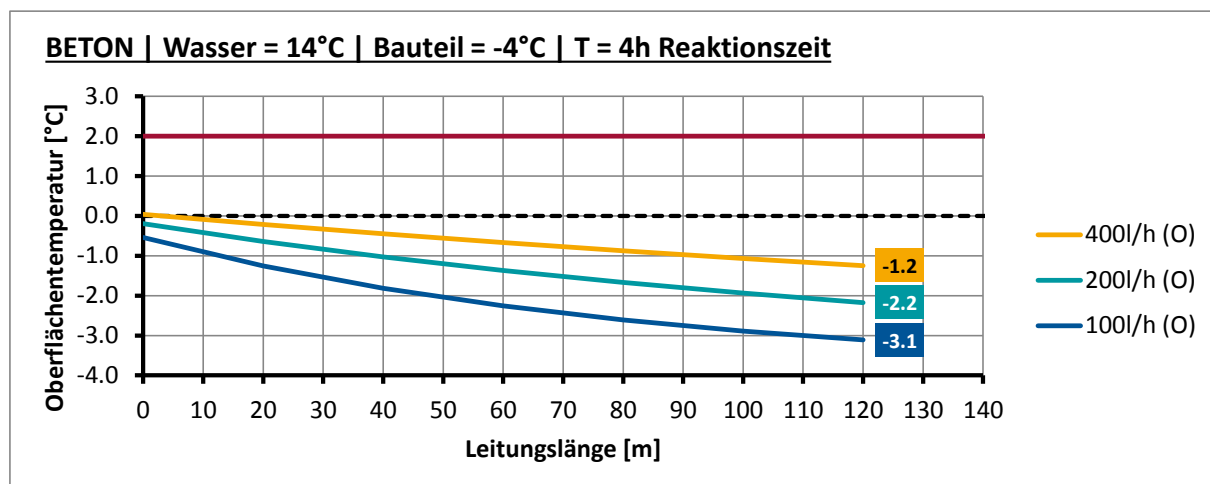
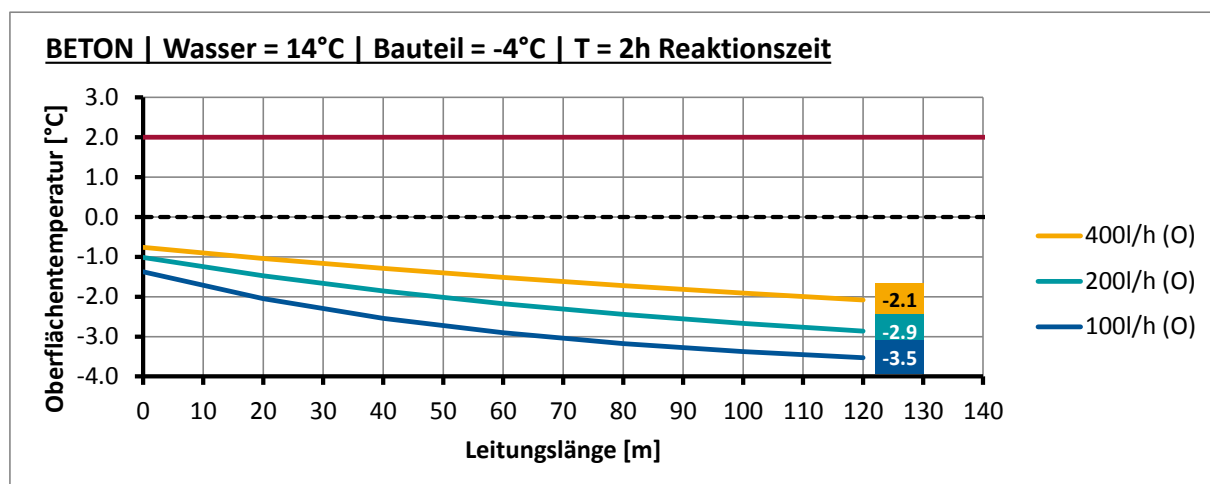
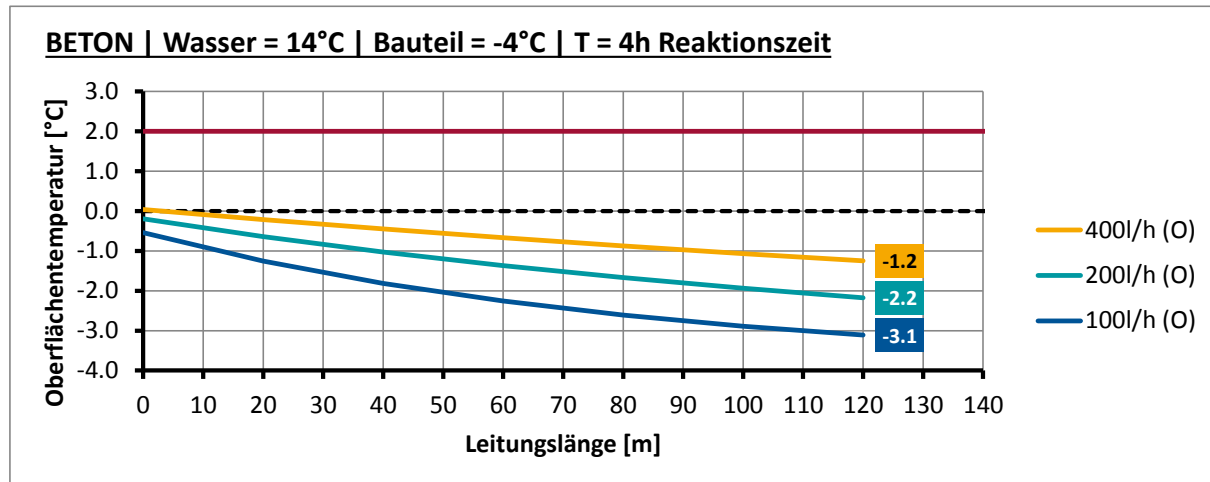


Anhang B.3 Verbundbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$

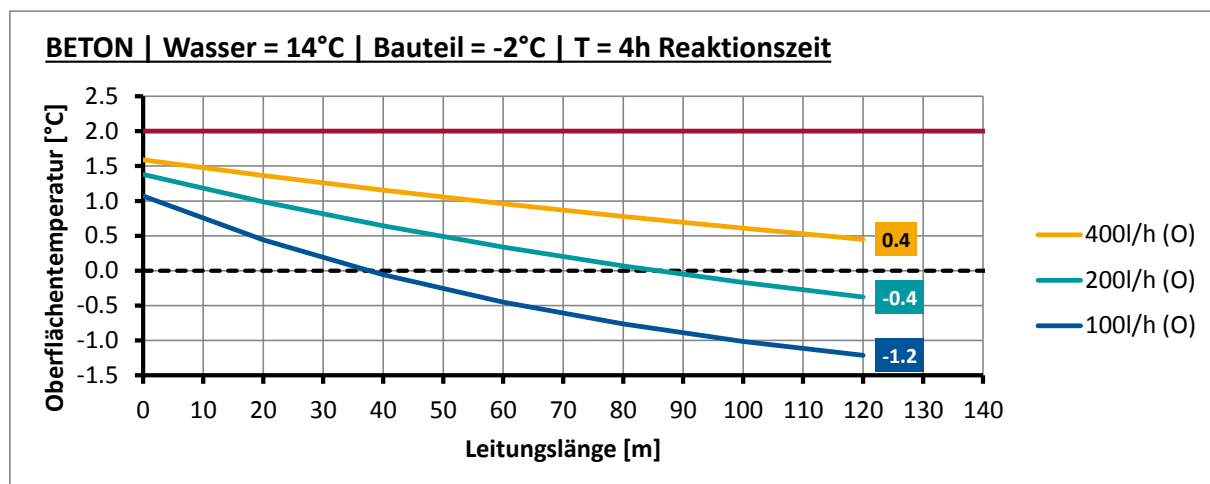
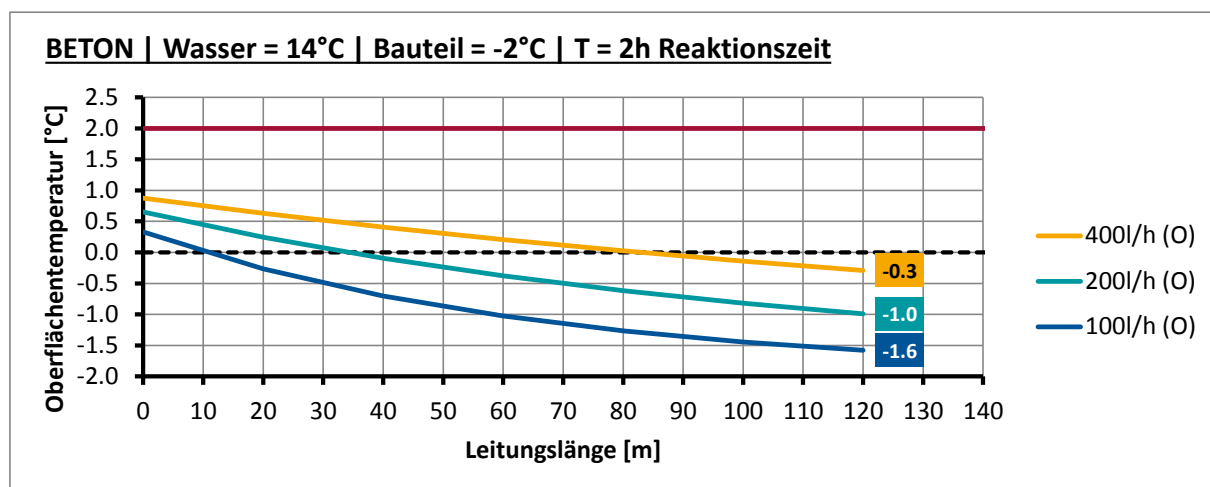
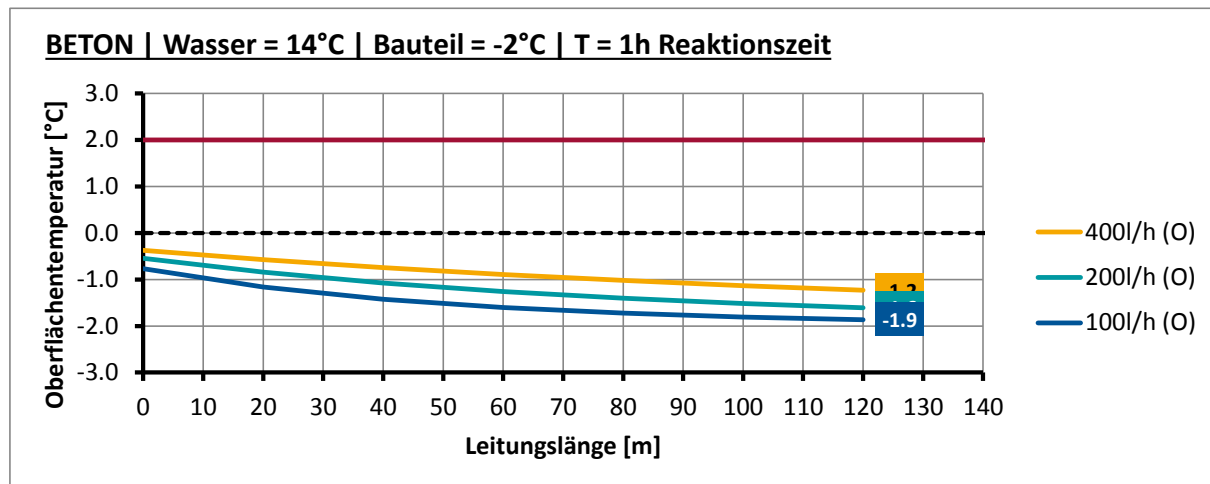
Anhang B.3.1 Verbundbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-6^\circ\text{C}$



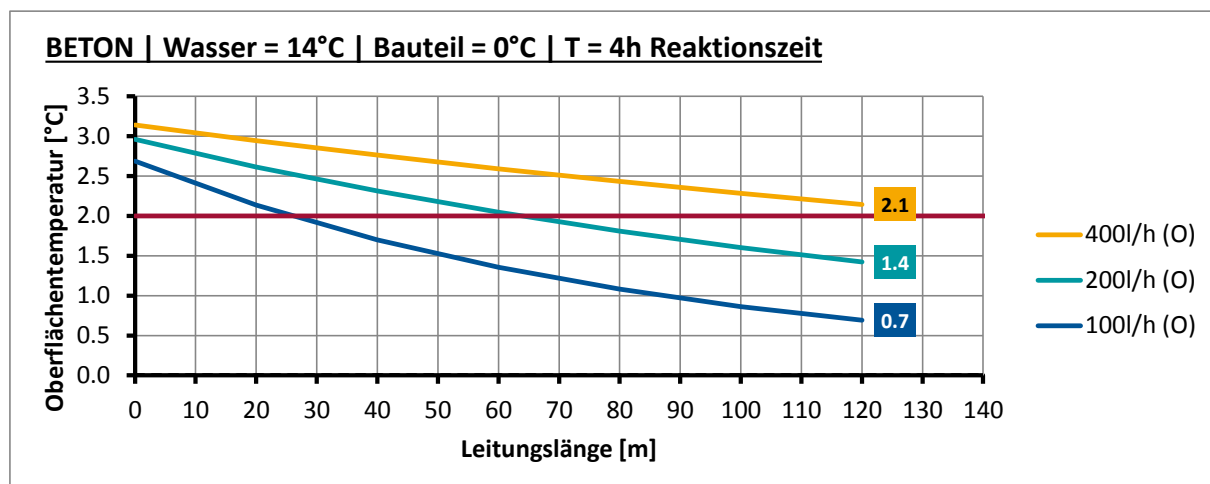
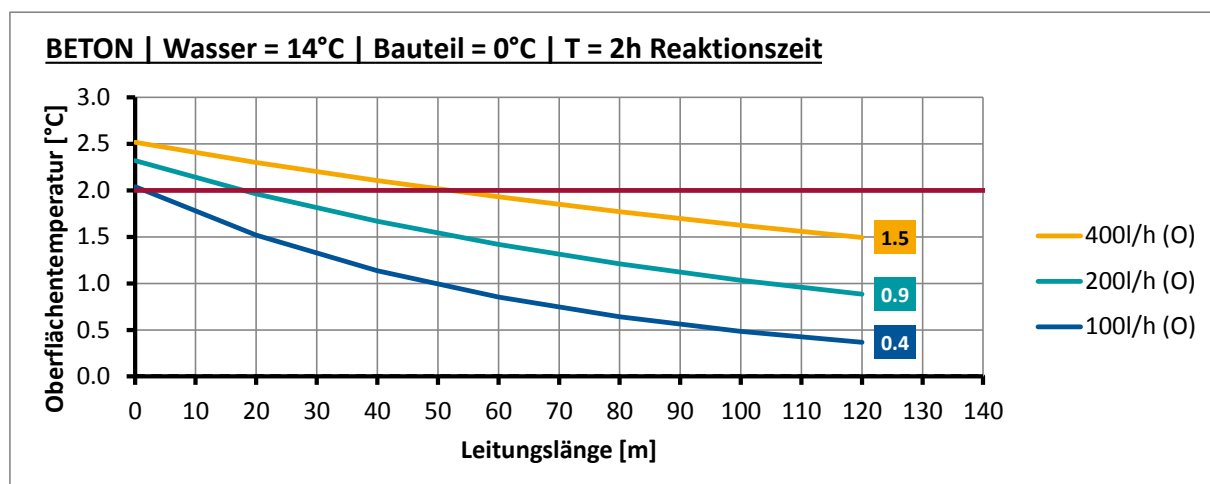
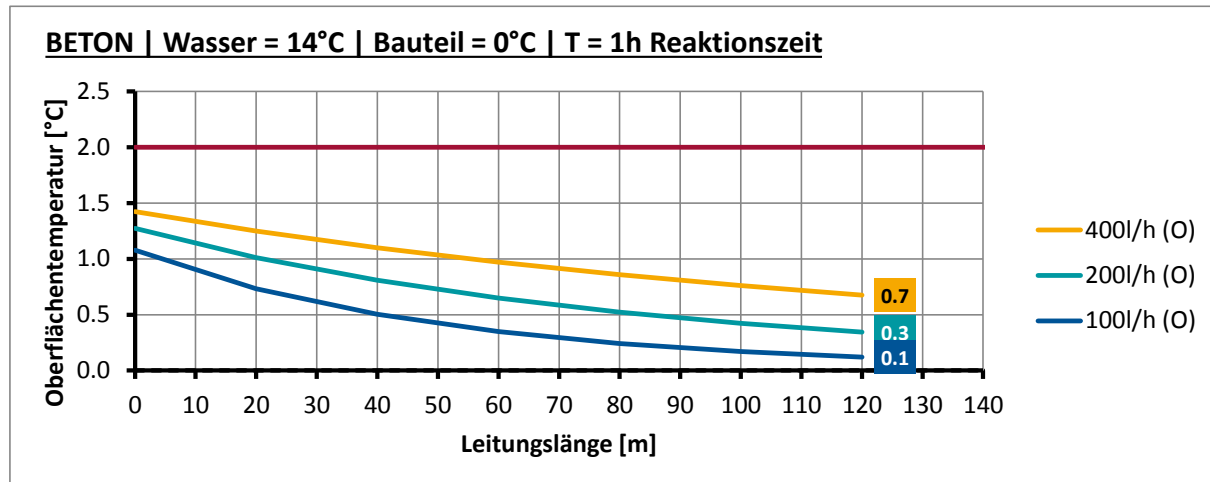
Anhang B.3.2 Verbundbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



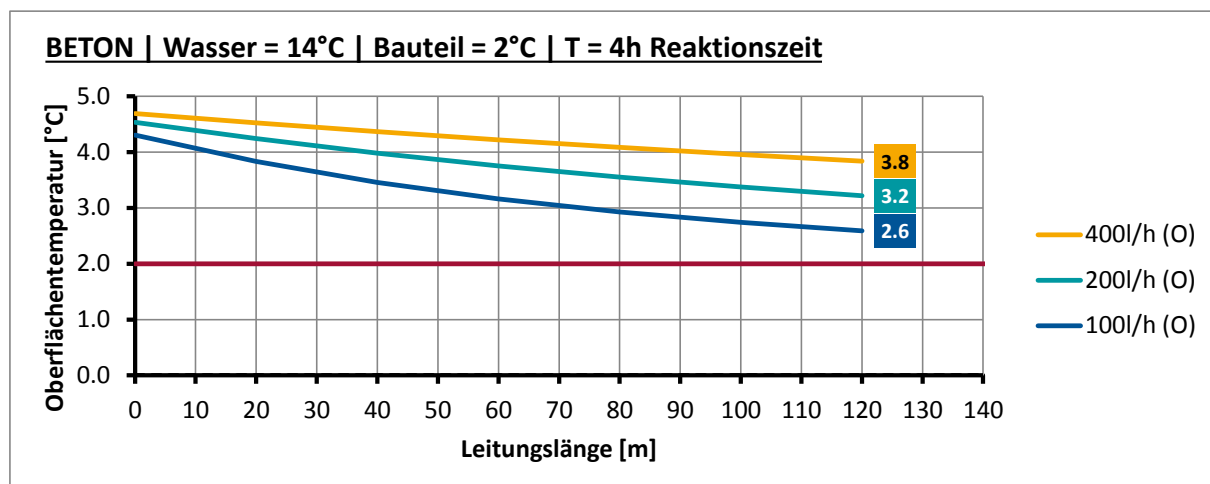
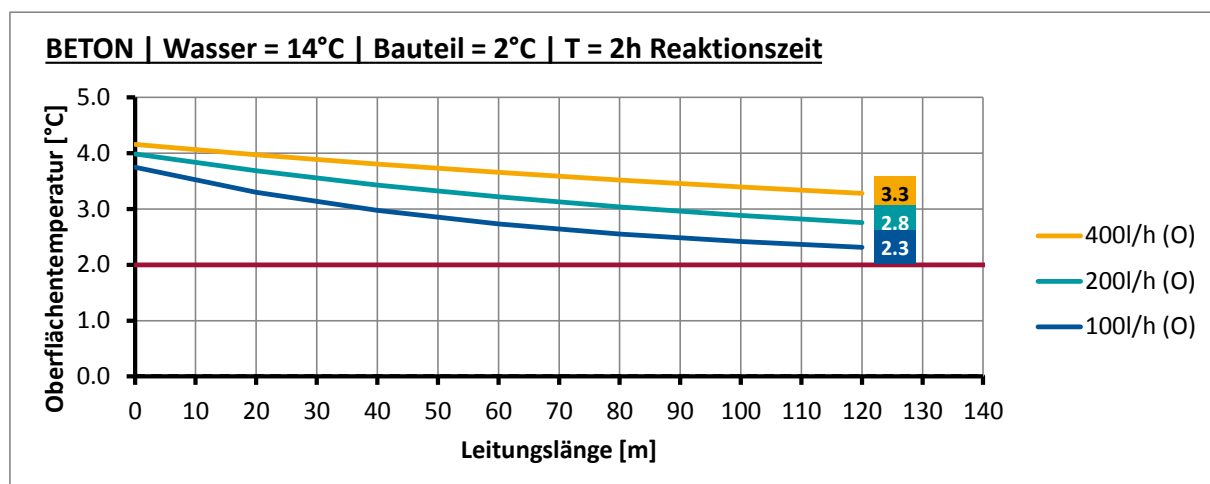
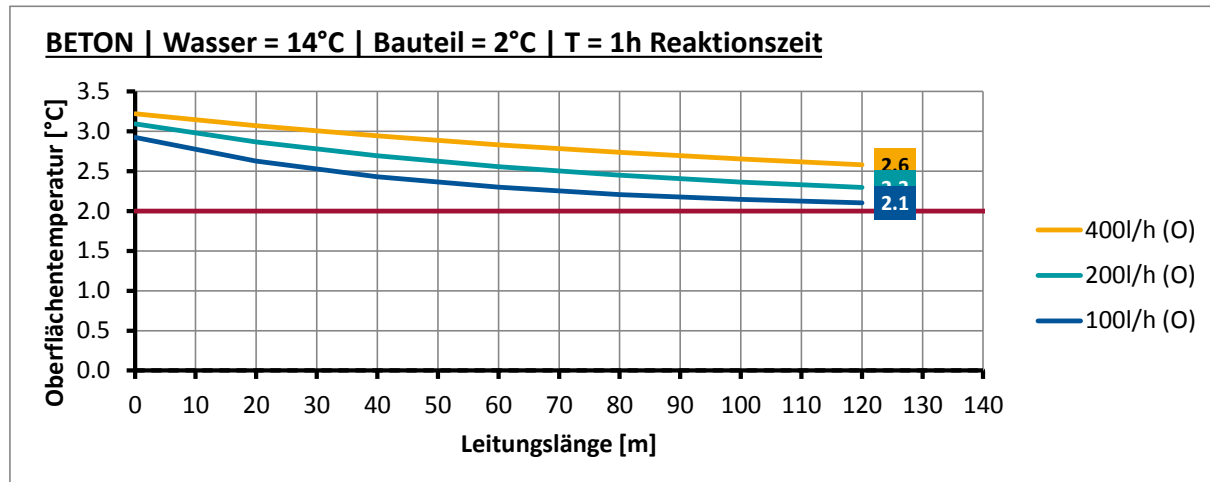
Anhang B.3.3 Verbundbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang B.3.4 Verbundbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$



Anhang B.3.5 Verbundbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=2^\circ\text{C}$



Anhang C Vorbemessungstafeln (Stahlbrücke)

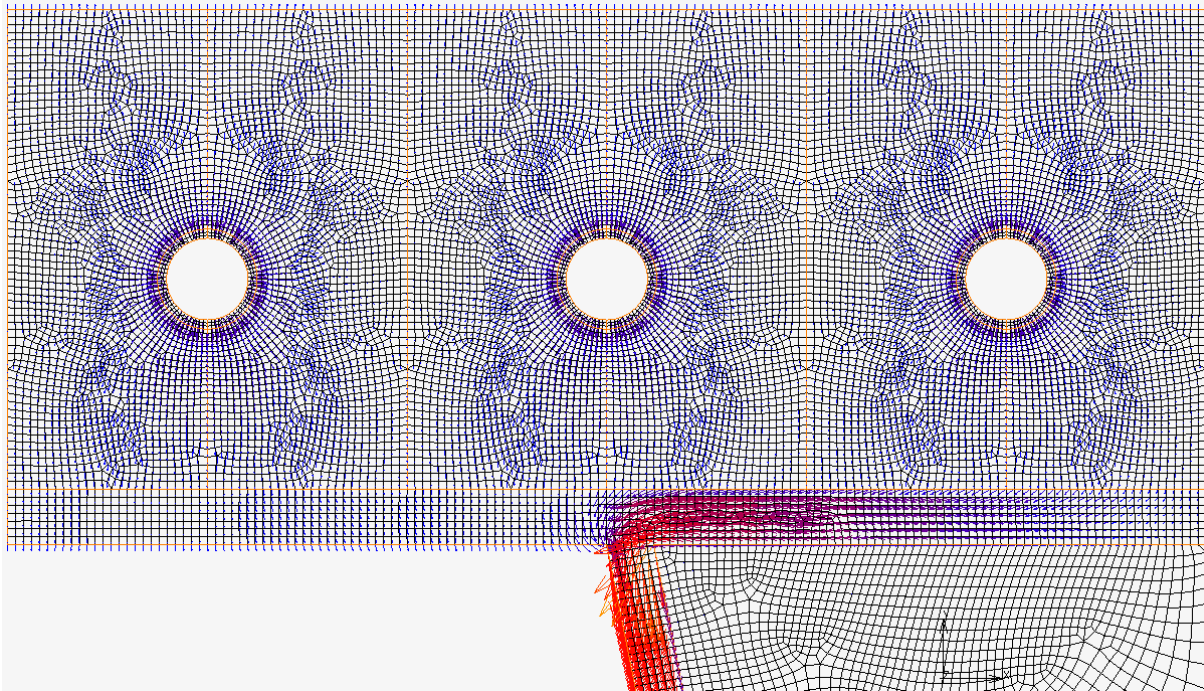


Abbildung 45 : Wärmestrom „Stahlbrücke“

Tabelle 10: Materialparameter FE „Stahlbrücke“

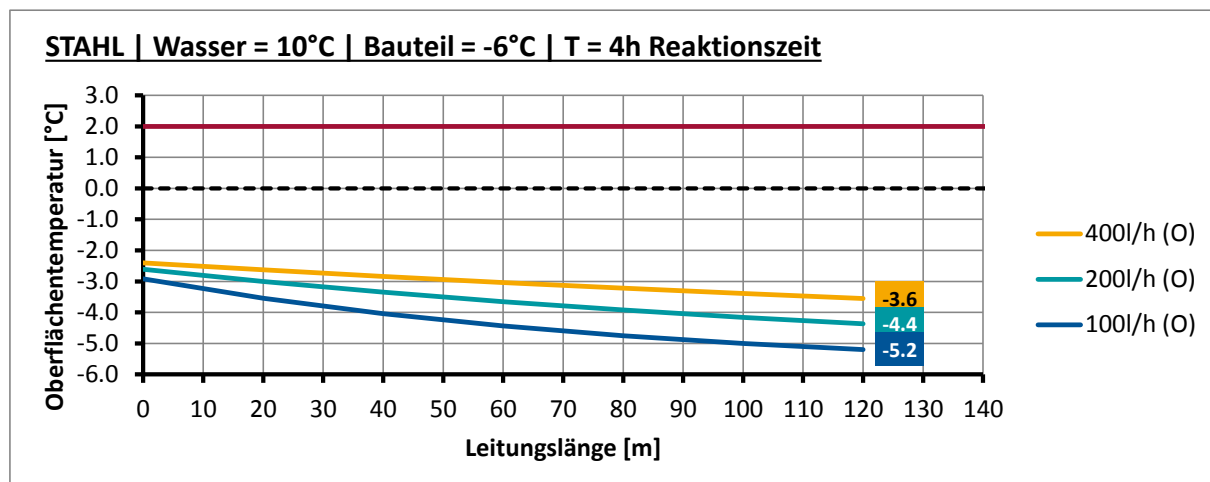
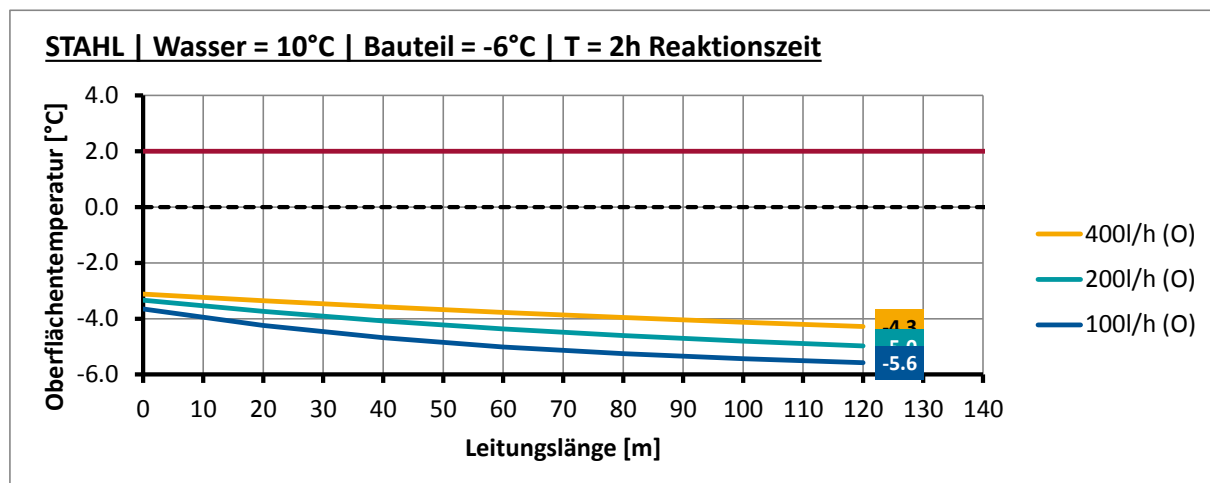
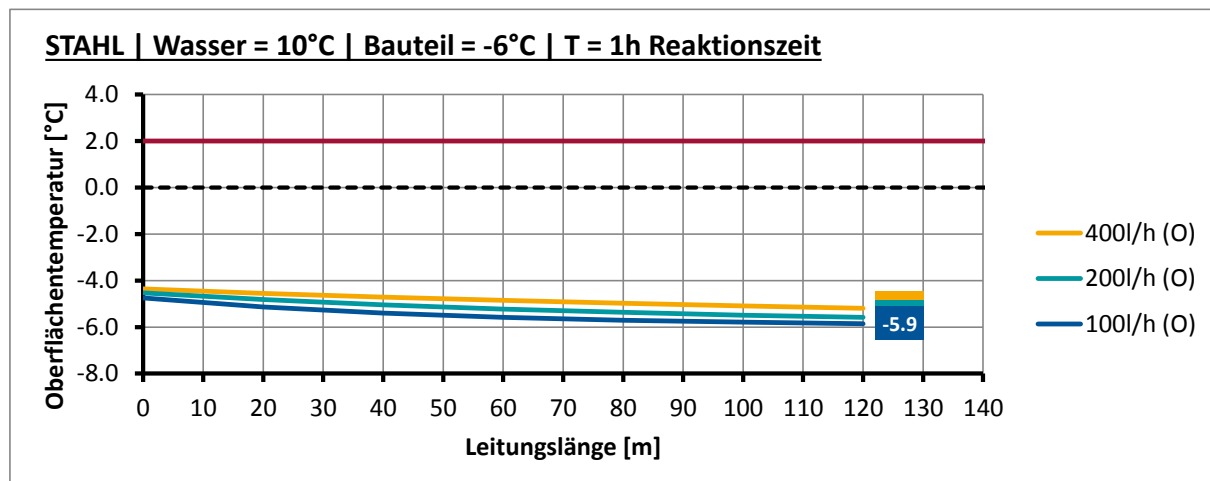
Material	Wärmeleitfähigkeit λ [W/(m·K)]	Spezifische Wärmekapazität c [J/(kg K)]	Dichte ρ [kg/m ³]
Stahl	50,0	450	7.850
Rohr	0,35	900	800
Gussasphalt	0,7	1.000	2.100
Luft (Rippe)	0,2	1.000	1,29

Die Oberflächentemperatur $T_o(T,x)$ wurde basierend auf der Wassertemperatur im Rohr $T_w(T,x)$ ermittelt (vgl. Kapitel 3.8). Hierzu wurden die Stellen ($x=0m, 20m, 40m, 60m, 80m, 100m, 120m$) ausgewertet.

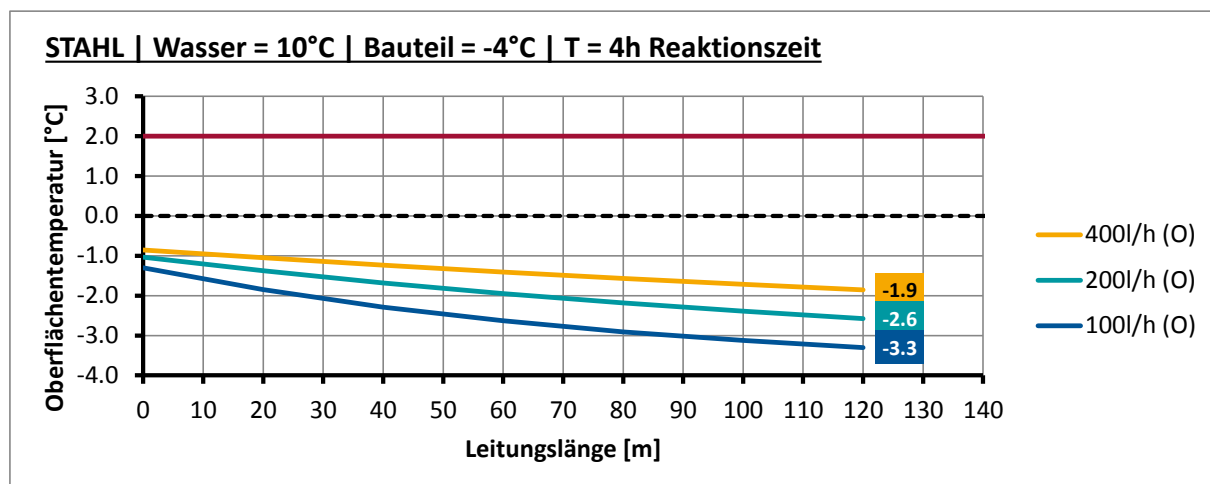
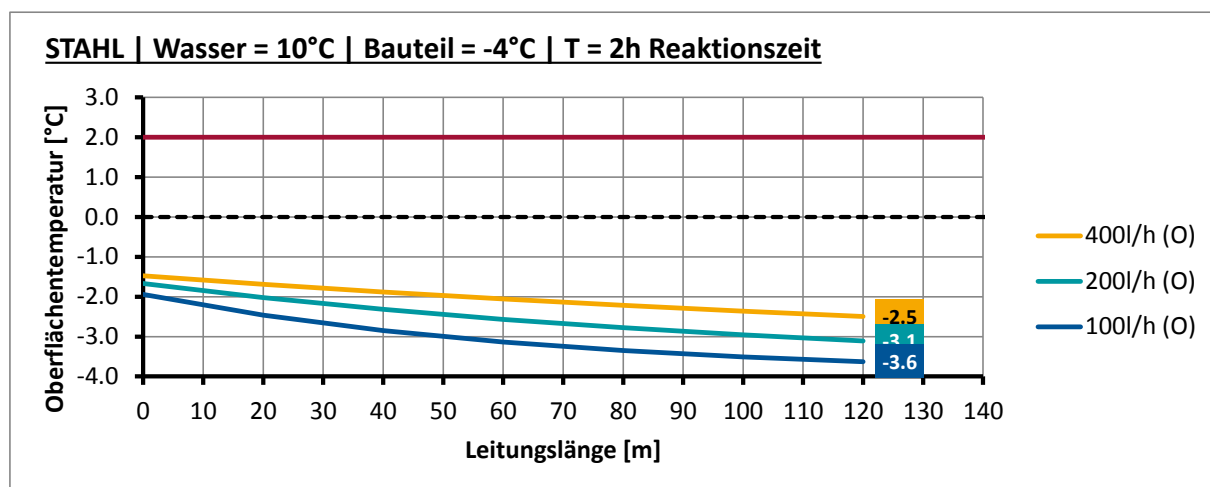
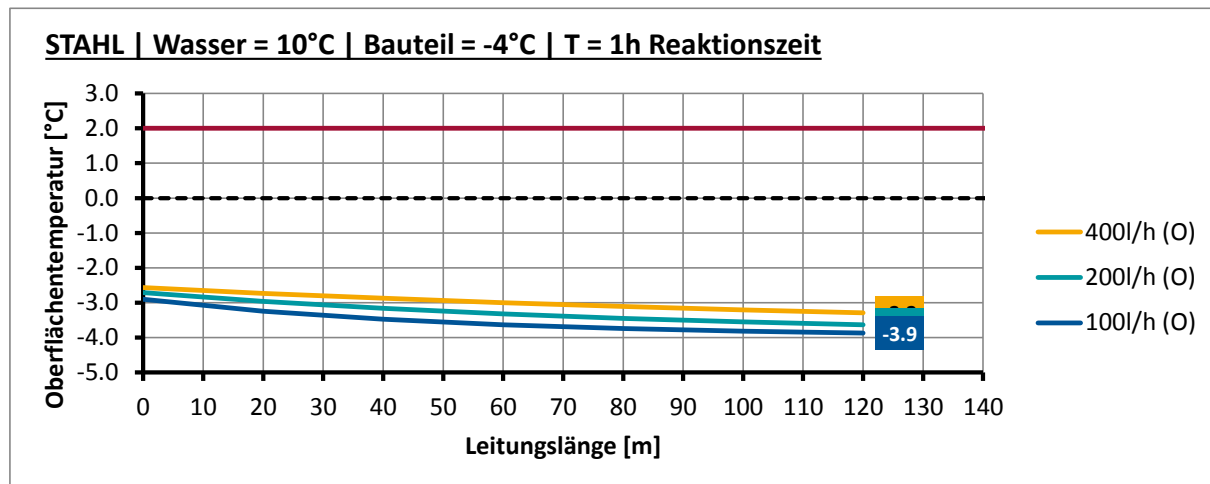
Den Berechnungen liegt der in Kapitel 3.2 beschriebene Fahrbahnaufbau zu Grunde. Die Berechnungen gelten lediglich für die in Tabelle 10 aufgeführten Materialien bzw. Materialparameter. Hier sei darauf hingewiesen, dass insbesondere eine Änderung des Asphalts zu anderen Ergebnissen führen wird. Es ist davon auszugehen, dass ein konventioneller Asphalt (welcher aufgrund der Porosität eine geringere Wärmeleitfähigkeit aufweist) die Funktionsweise des Temperierungssystems negativ beeinflussen wird.

Anhang C.1 Stahlbrücke, $T_w=10^\circ\text{C}$

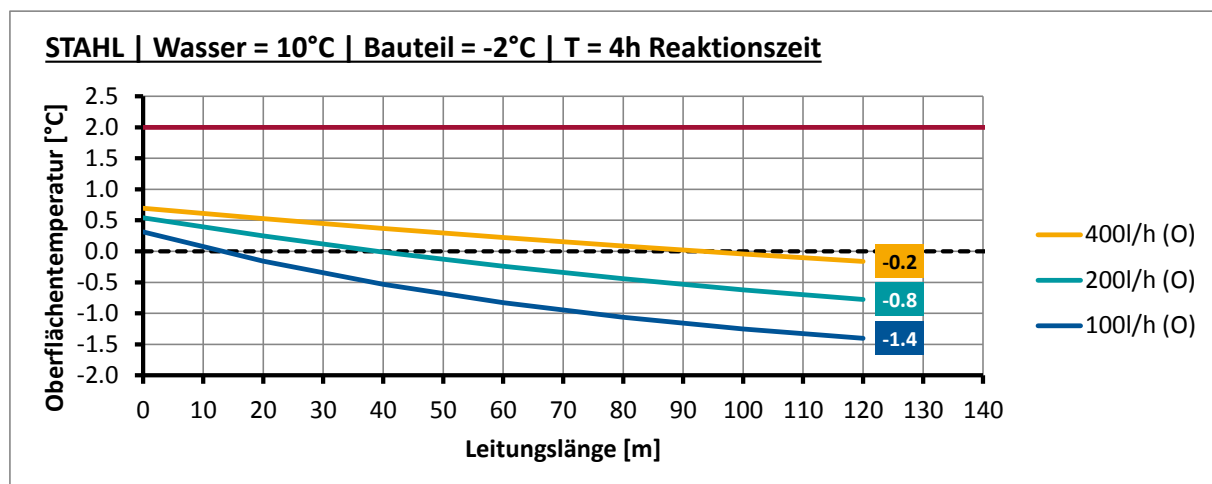
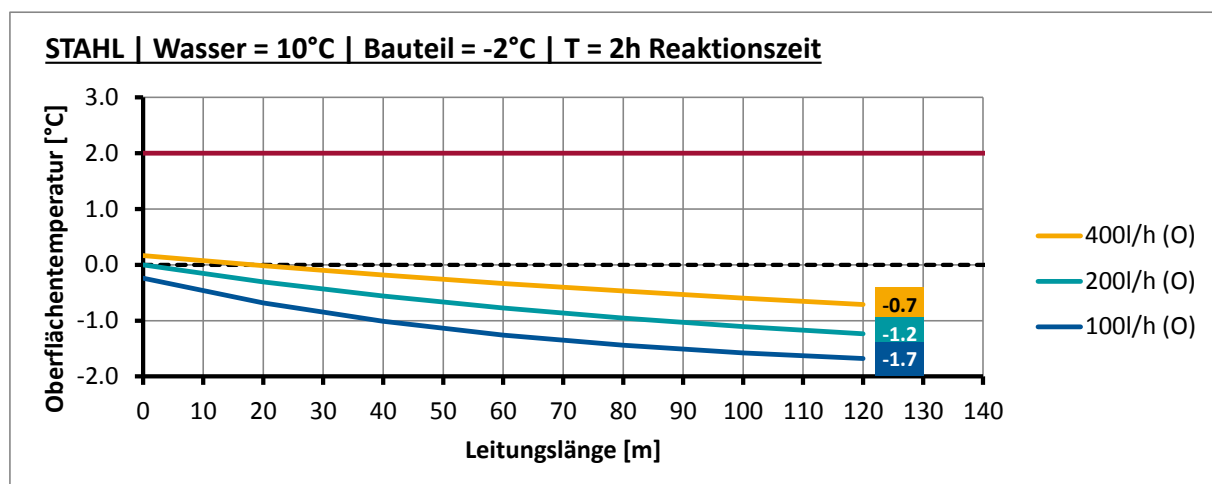
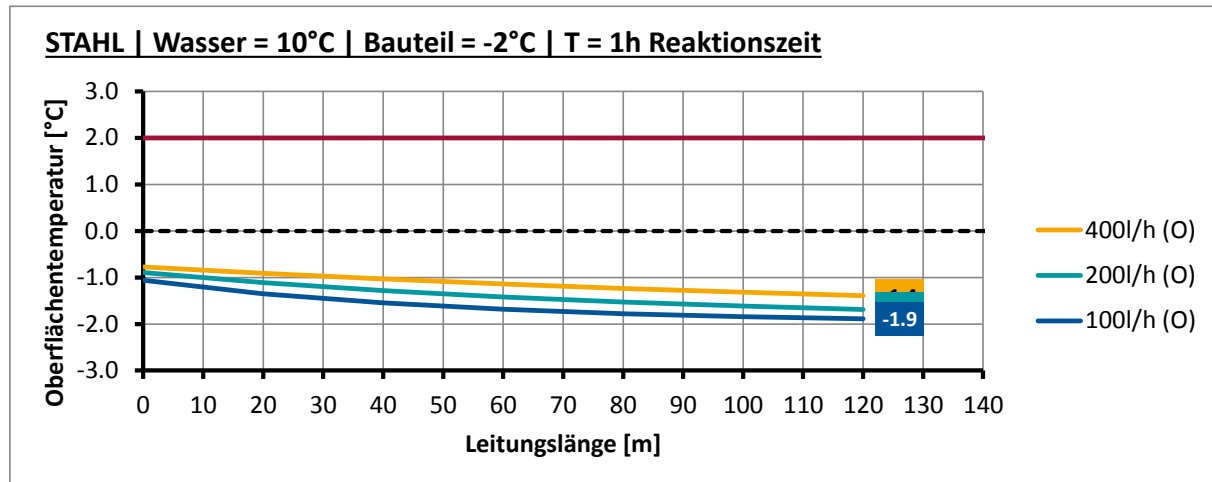
Anhang C.1.1 Stahlbrücke, $T_w=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_u=-6^\circ\text{C}$



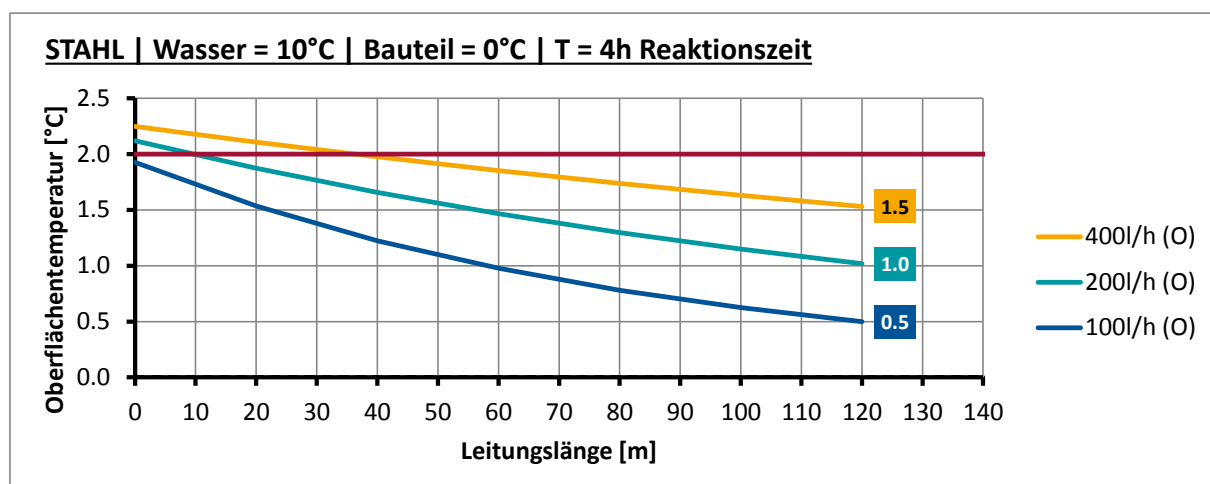
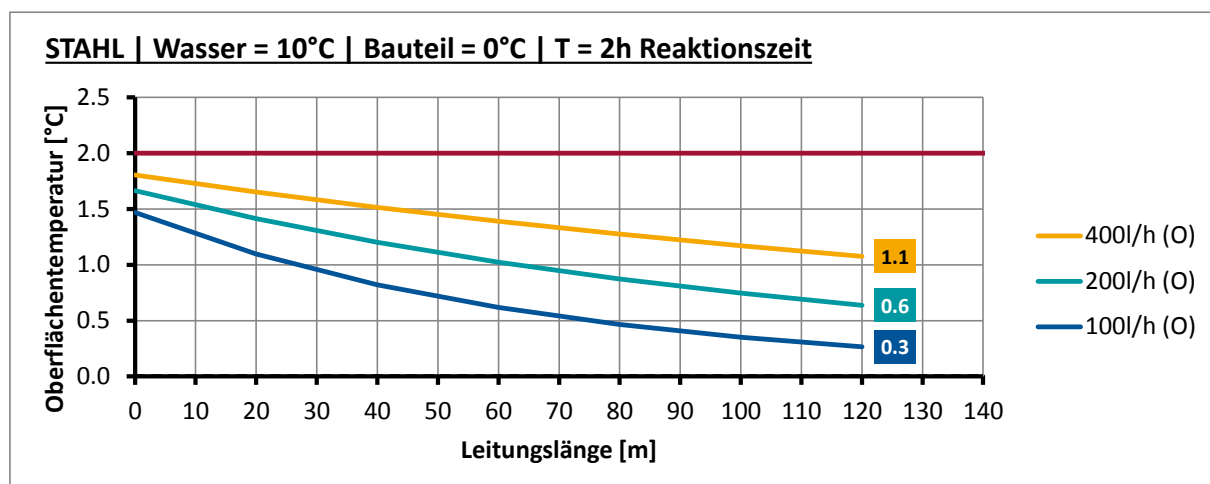
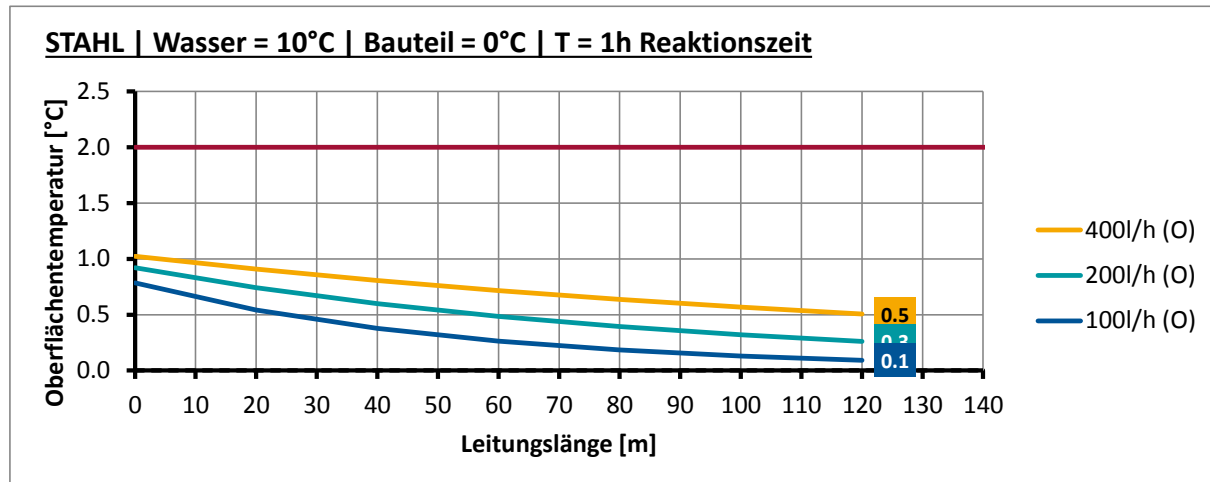
Anhang C.1.2 Stahlbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



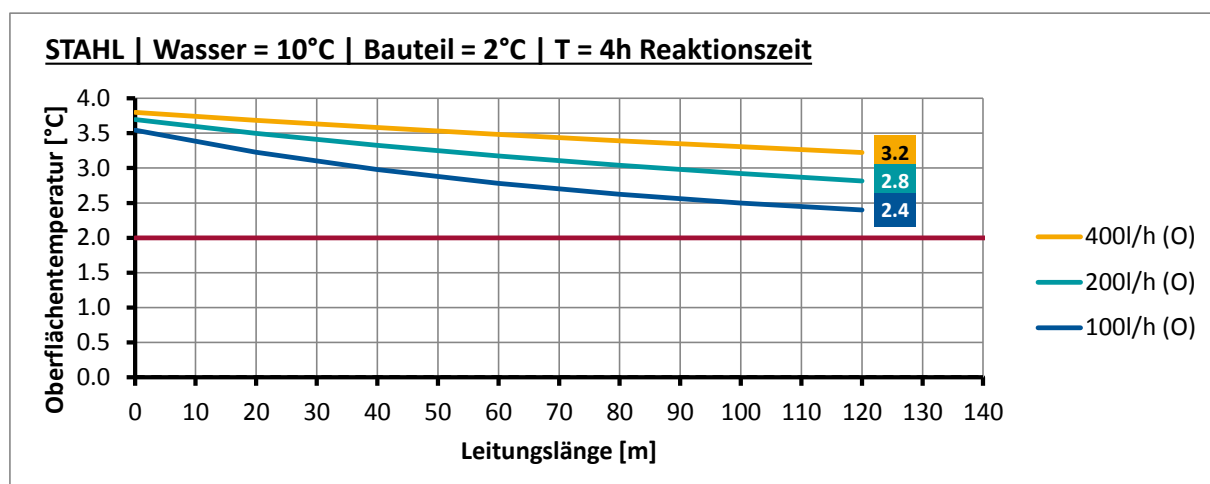
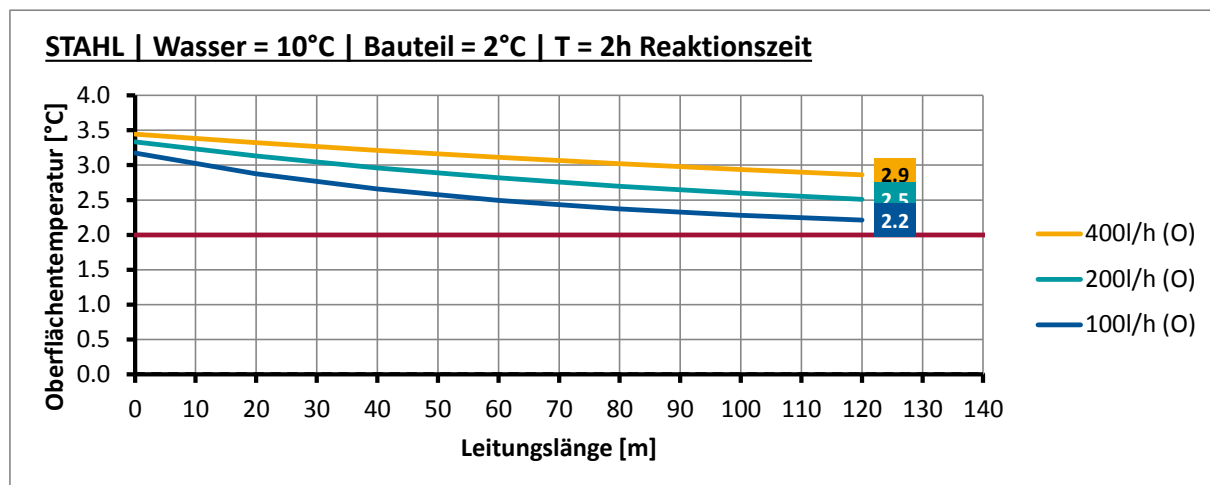
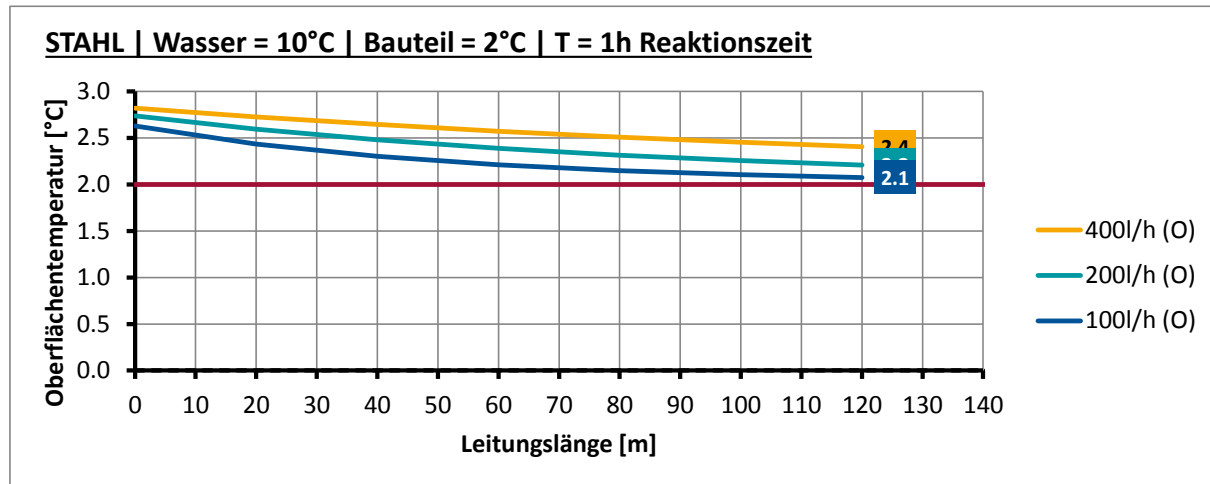
Anhang C.1.3 Stahlbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang C.1.4 Stahlbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$

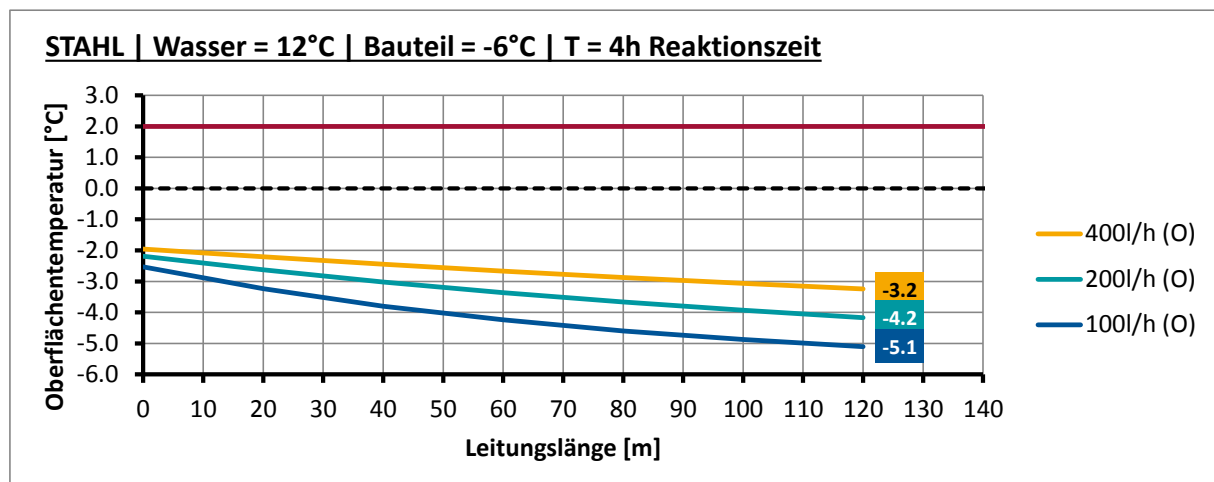
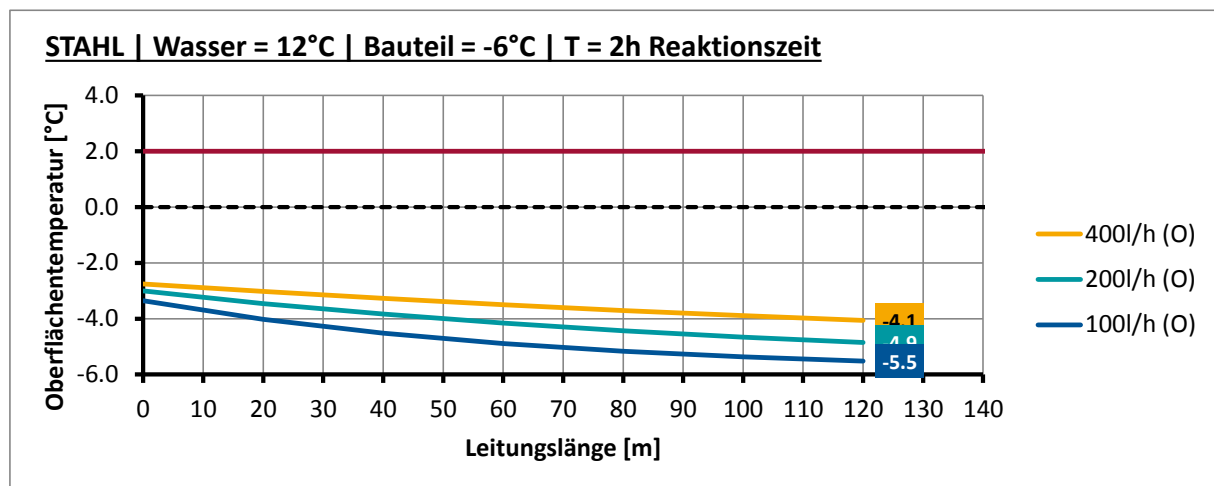
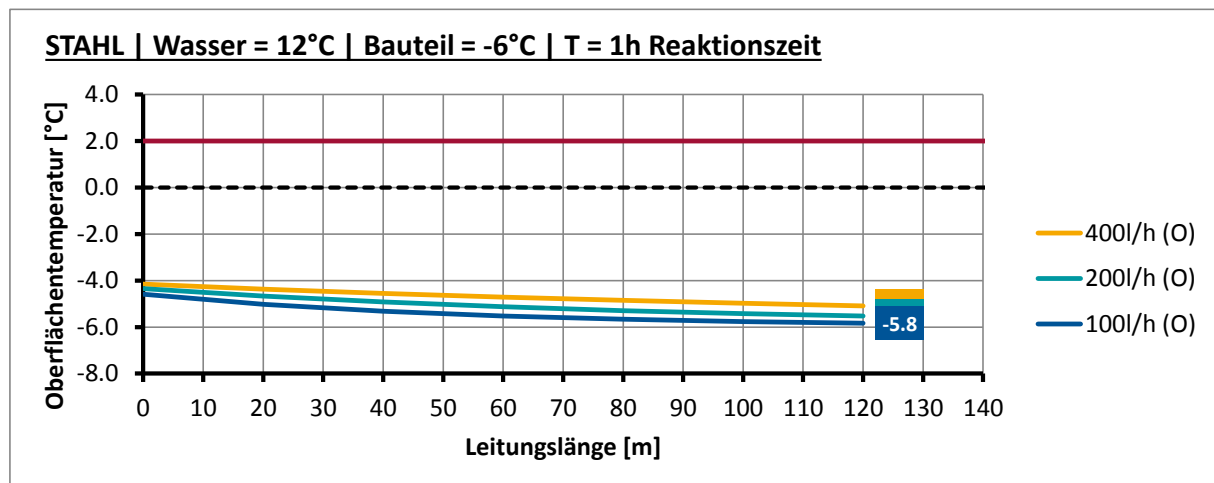


Anhang C.1.5 Stahlbrücke, $T_W=10^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=2^\circ\text{C}$

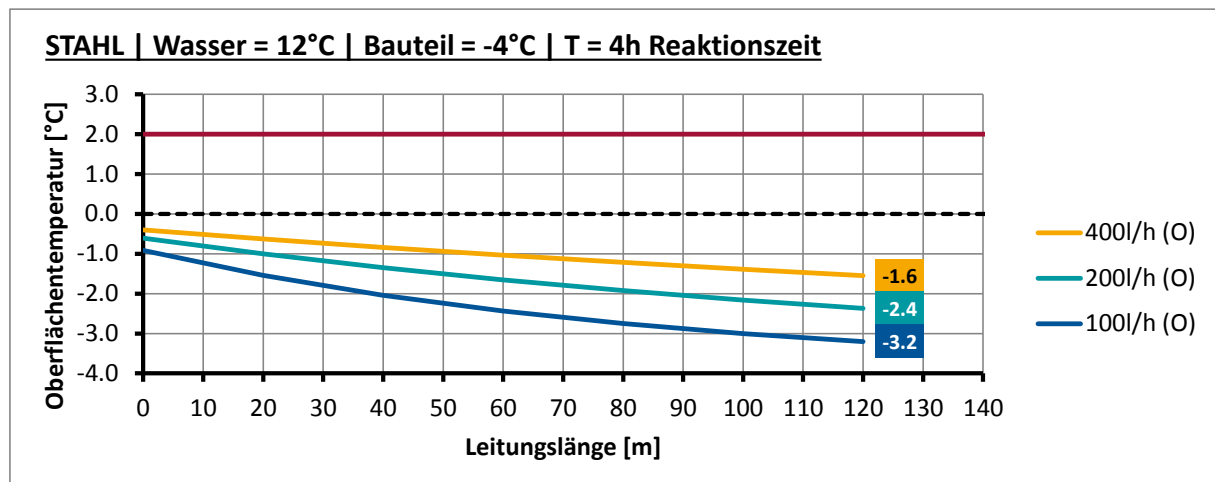
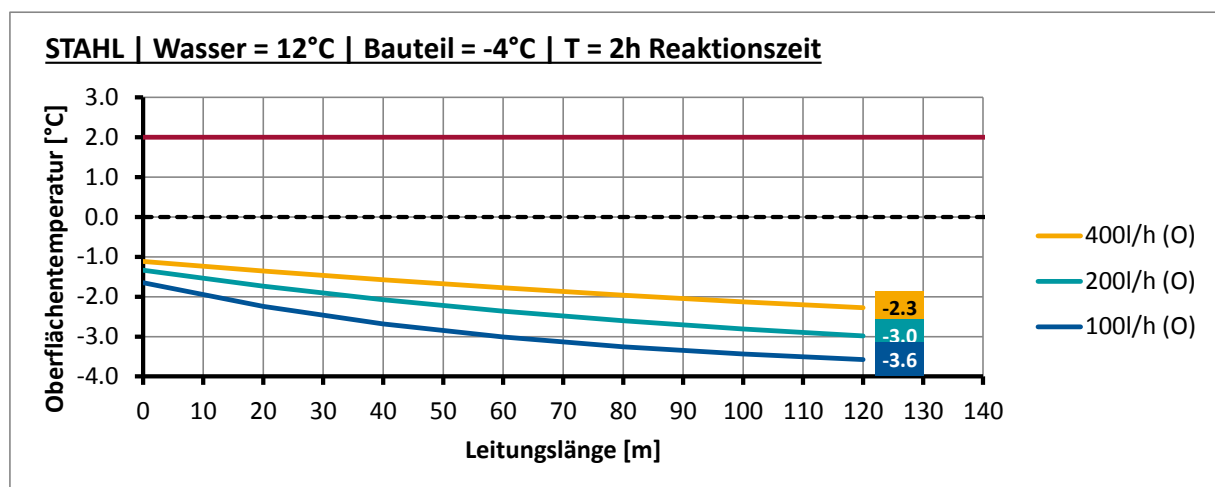
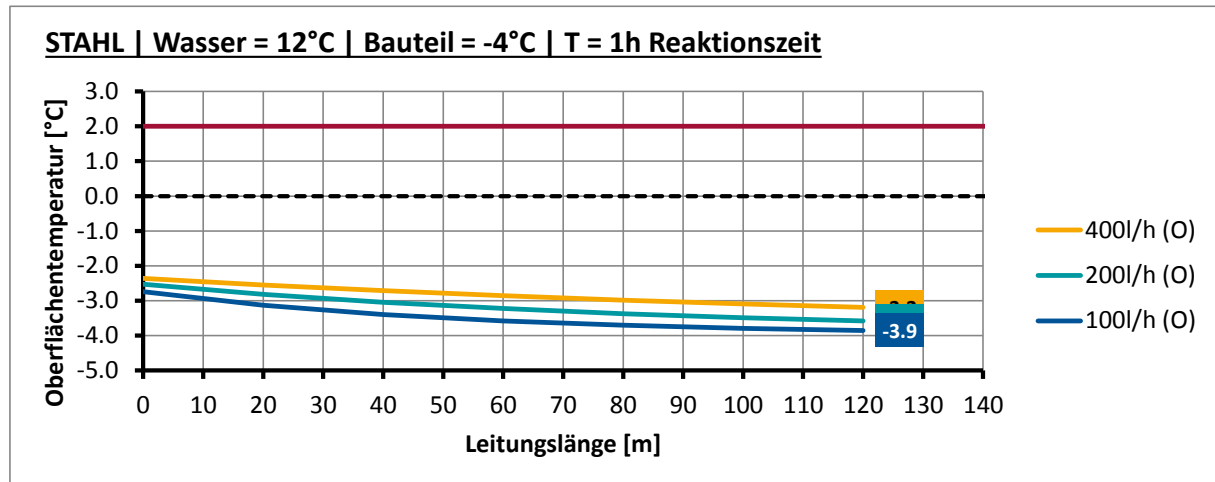


Anhang C.2 Stahlbrücke, $T_w=12^\circ\text{C}$

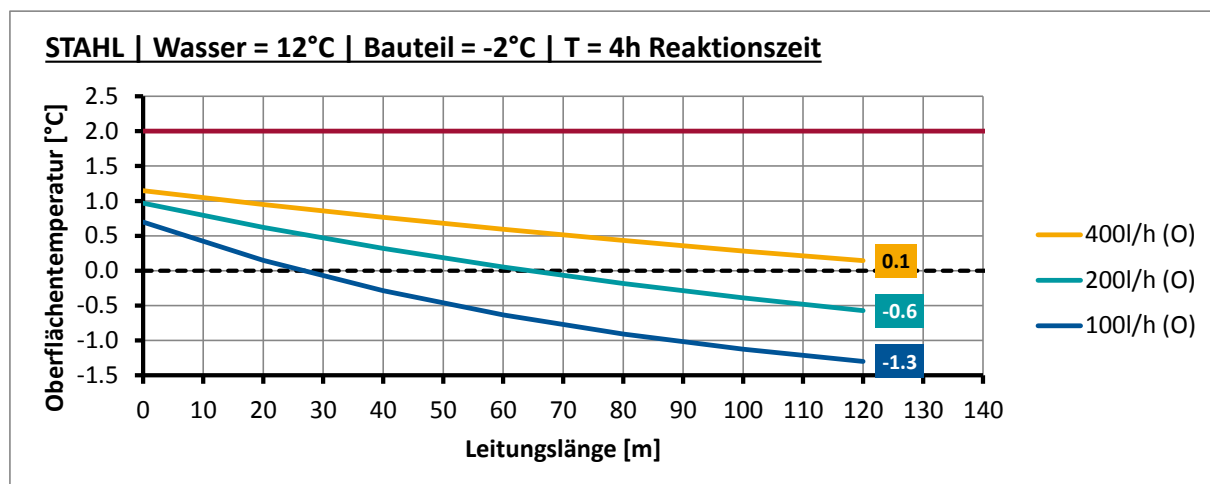
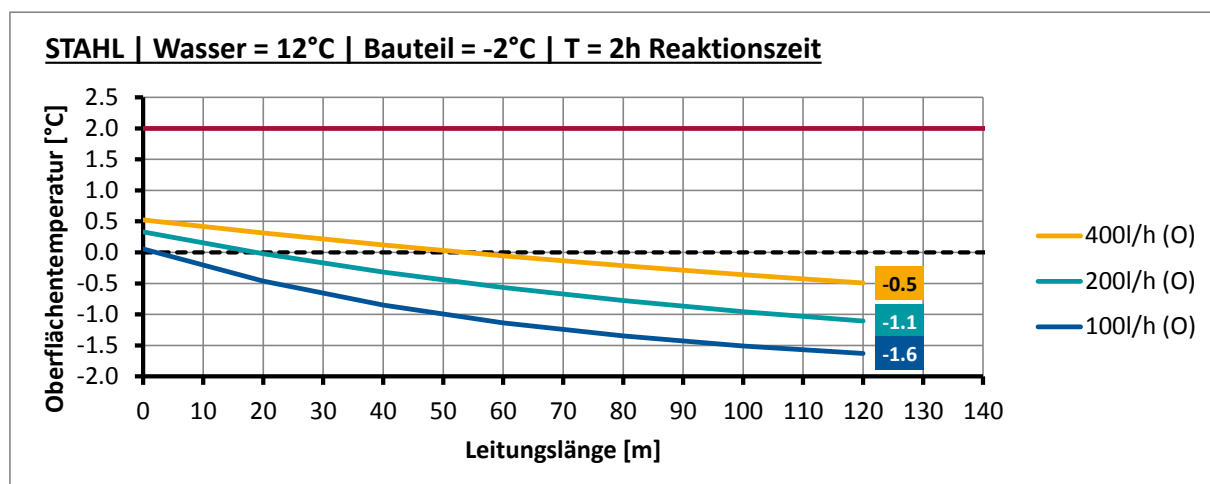
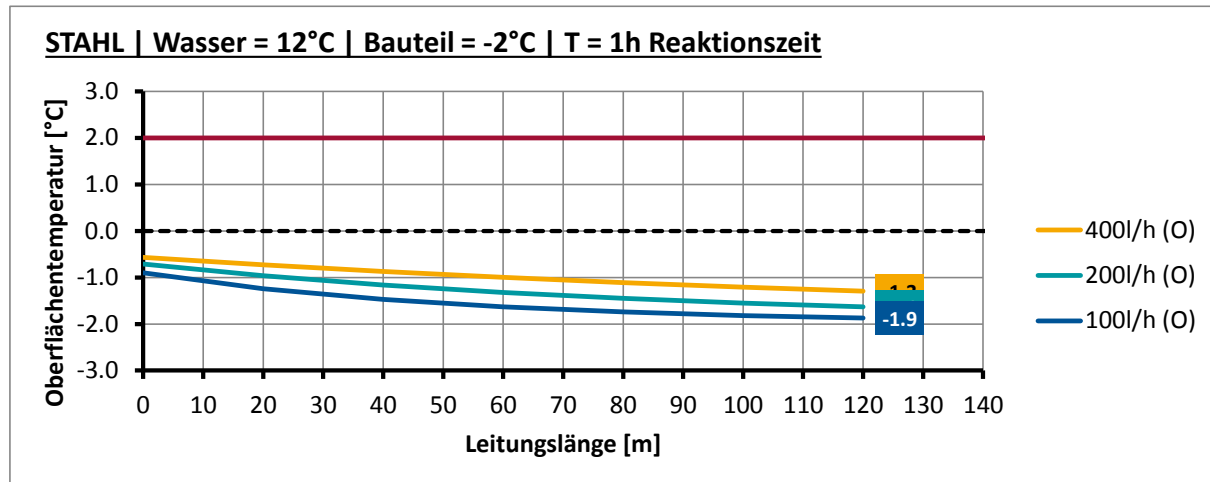
Anhang C.2.1 Stahlbrücke, $T_w=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_u=-6^\circ\text{C}$



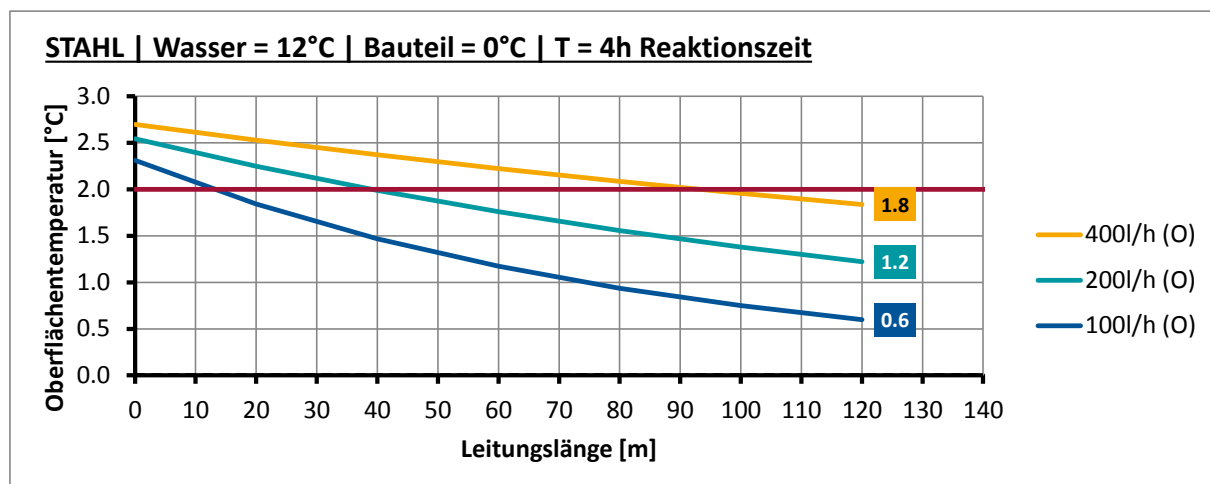
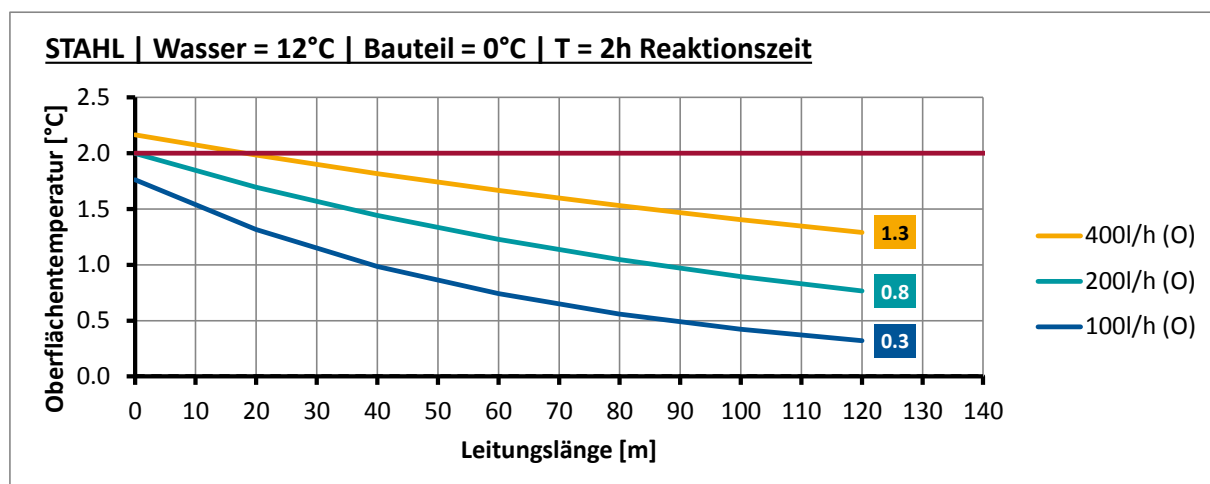
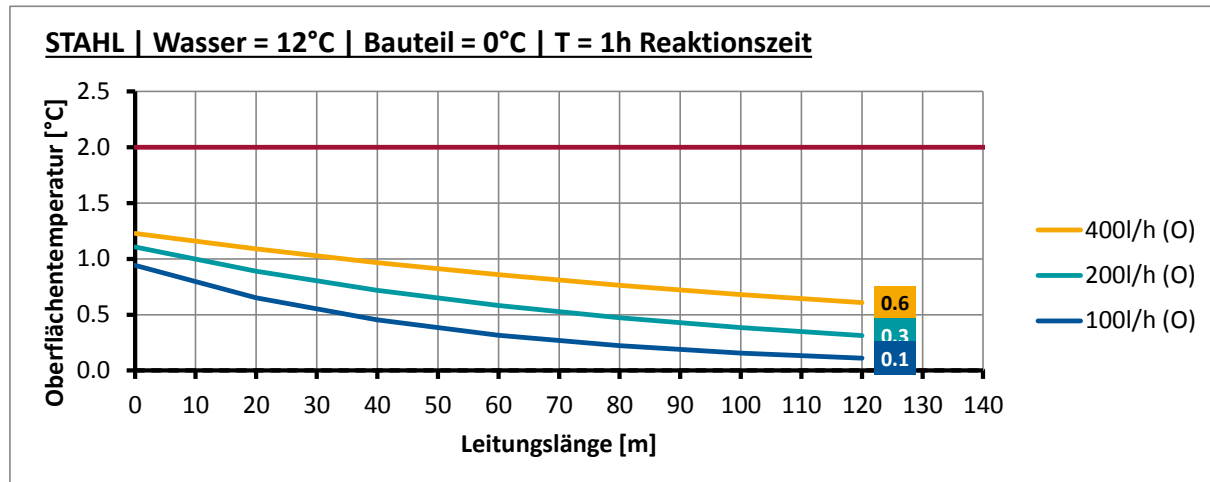
Anhang C.2.2 Stahlbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



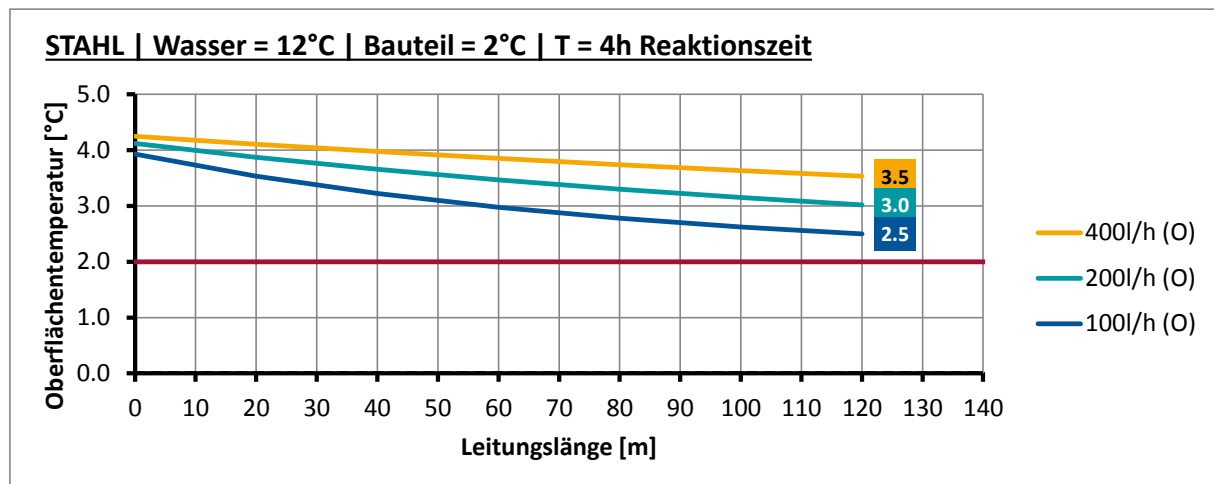
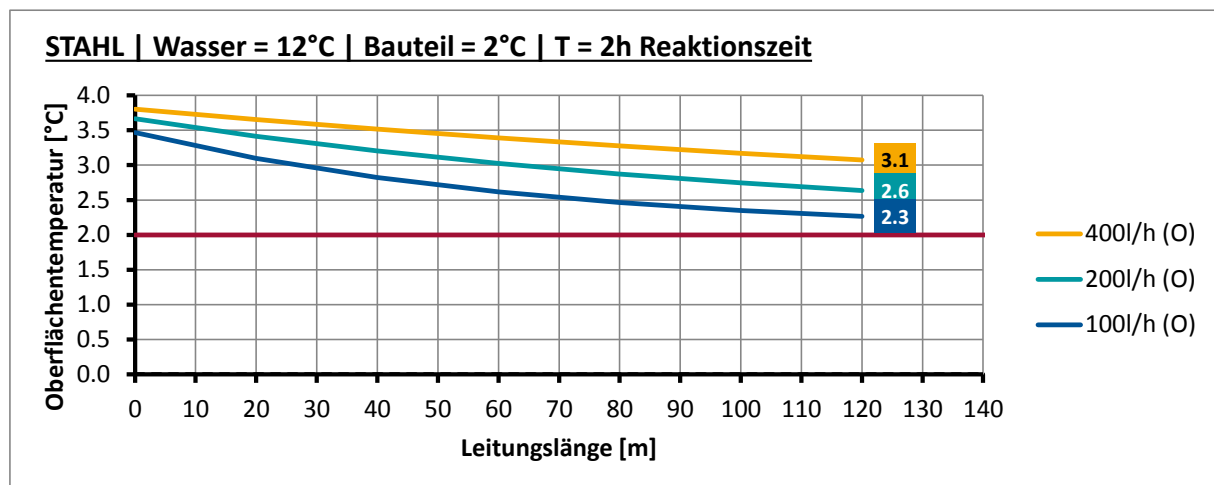
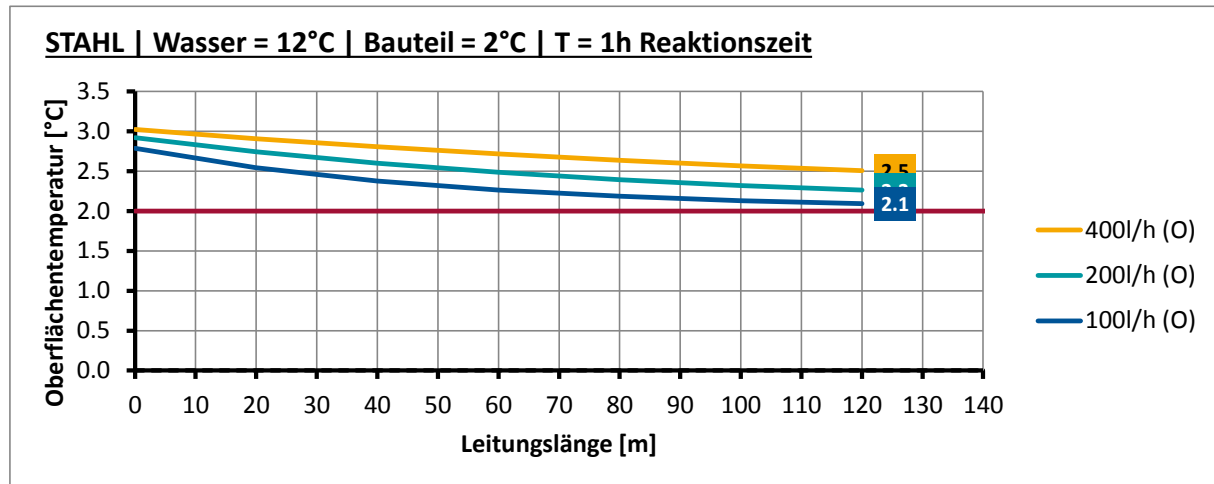
Anhang C.2.3 Stahlbrücke, $T_w=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang C.2.4 Stahlbrücke, $T_W=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$

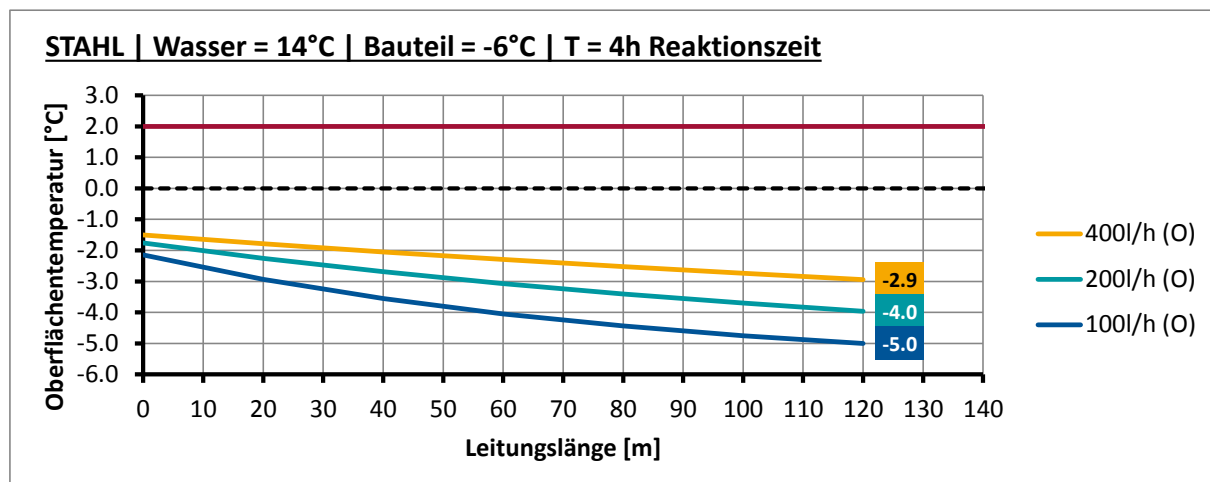
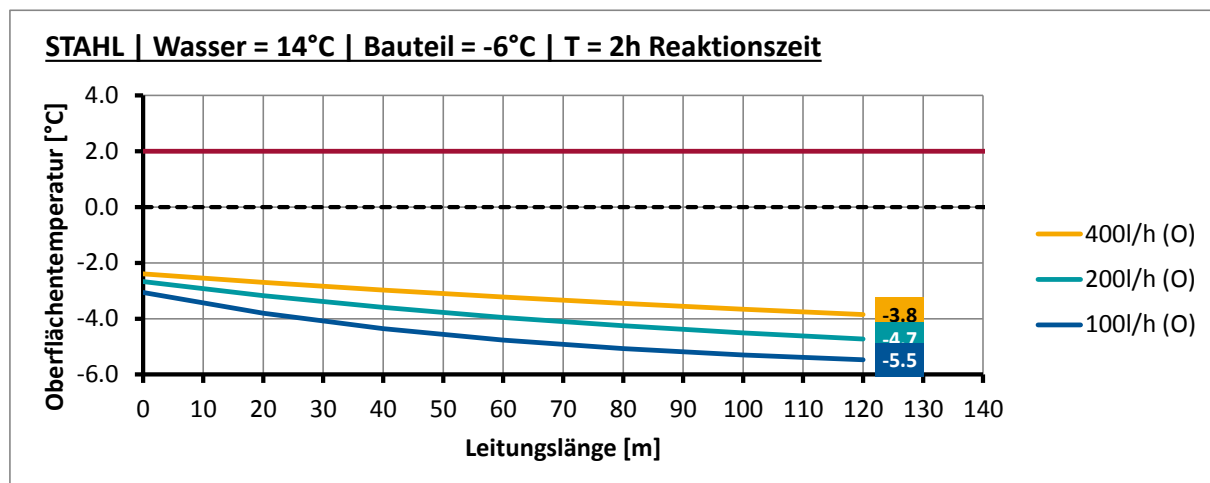
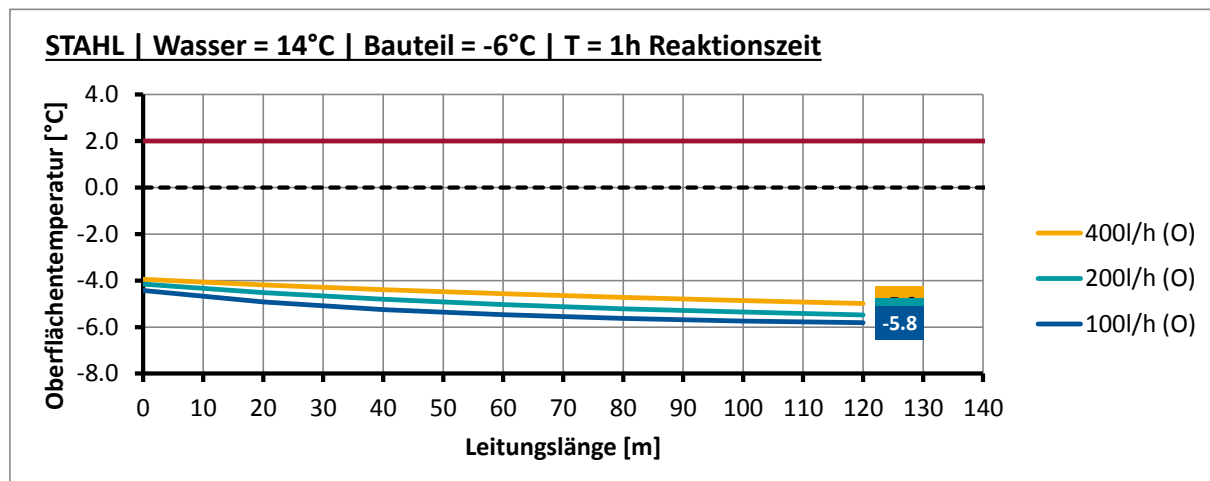


Anhang C.2.5 Stahlbrücke, $T_w=12^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=2^\circ\text{C}$

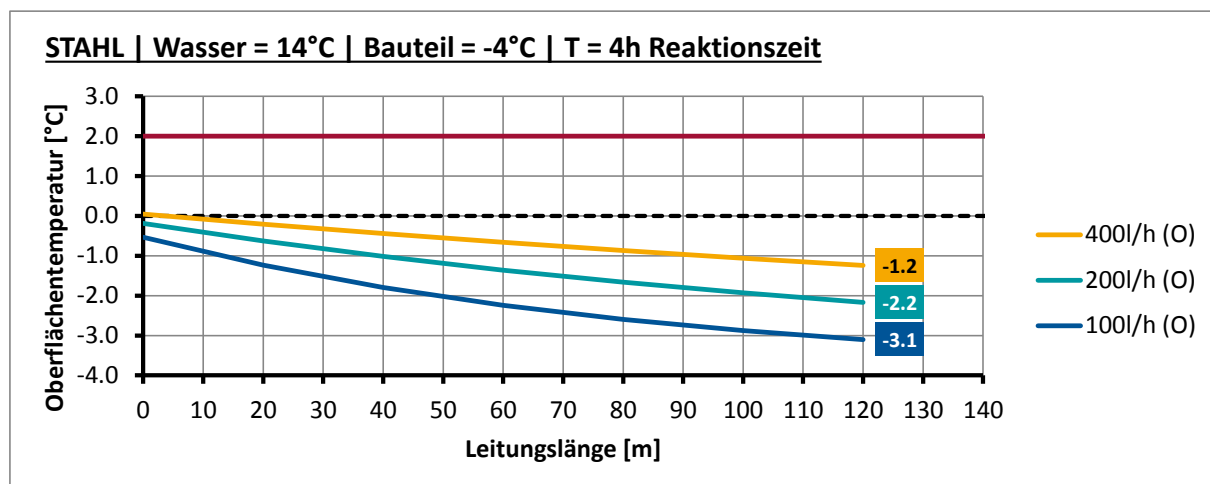
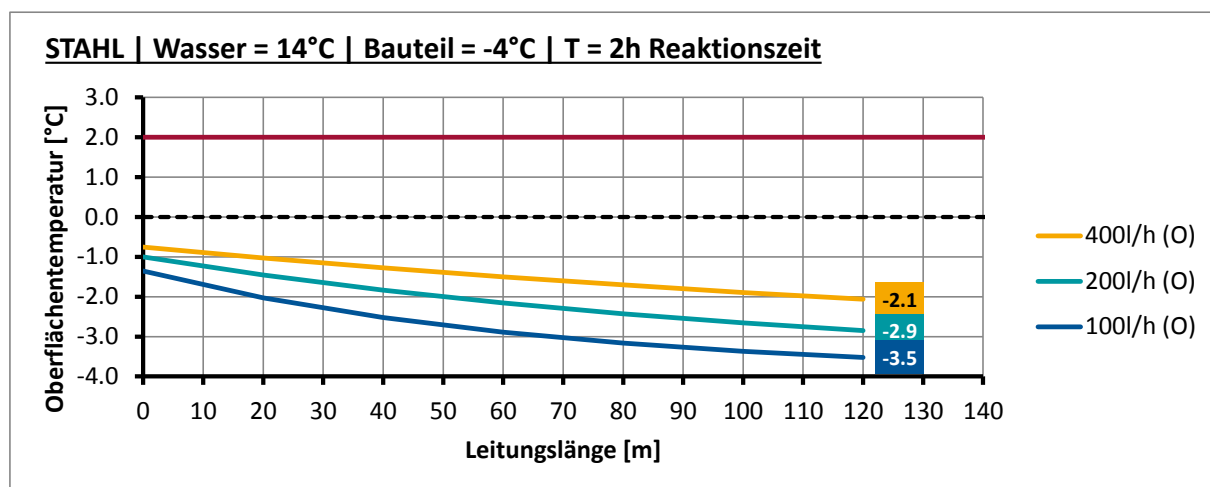
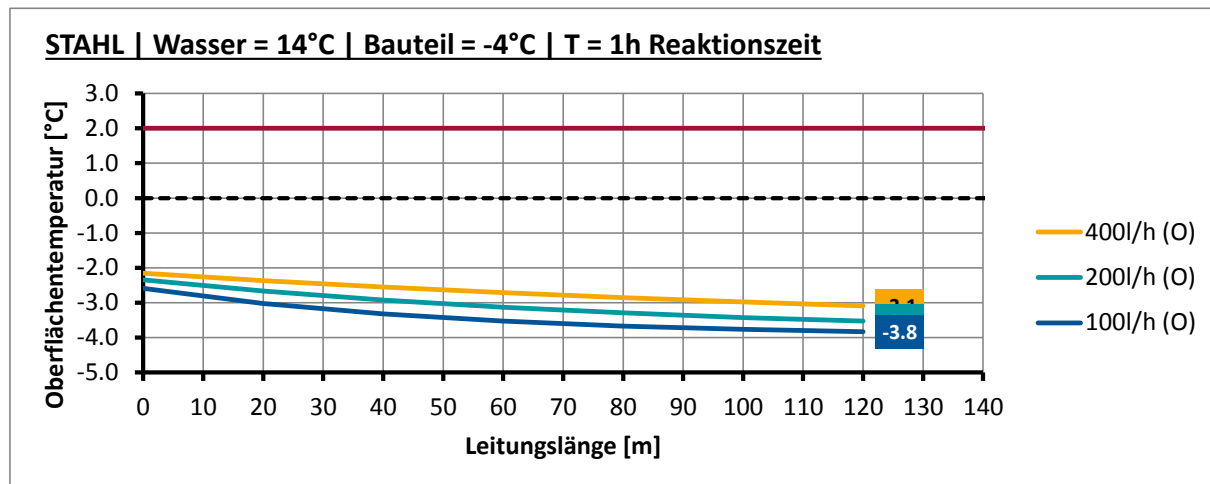


Anhang C.3 Stahlbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$

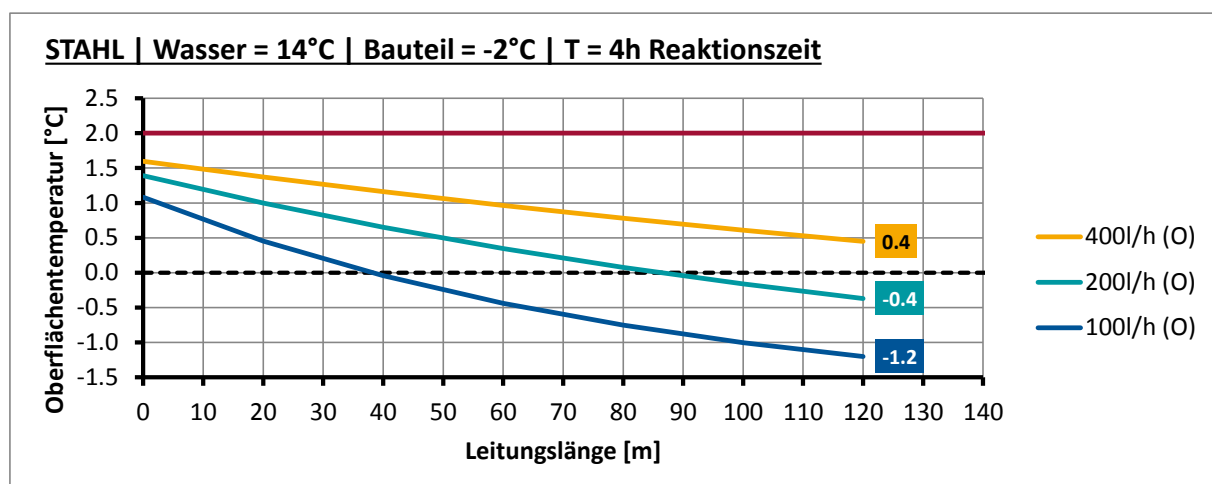
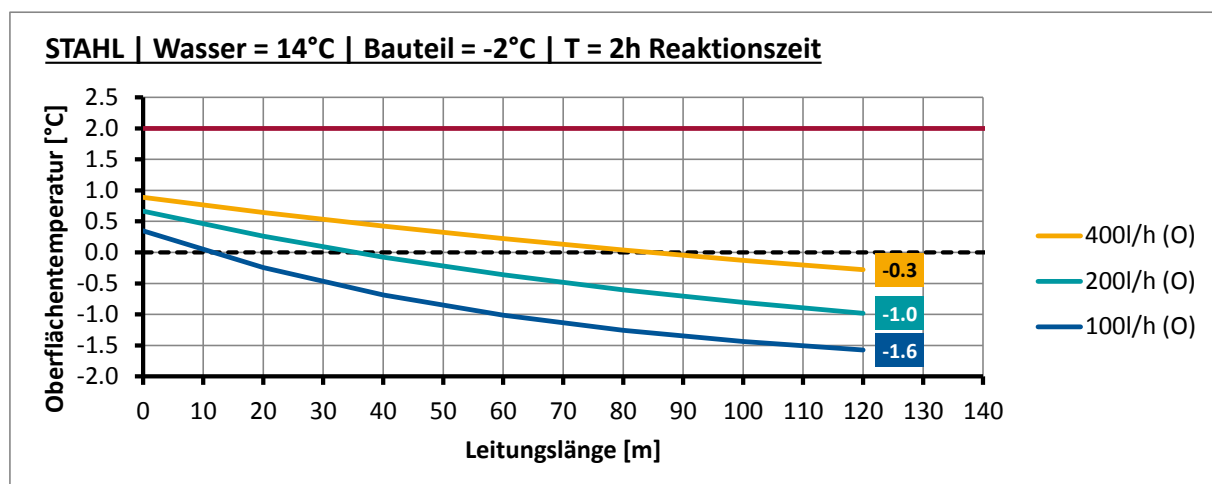
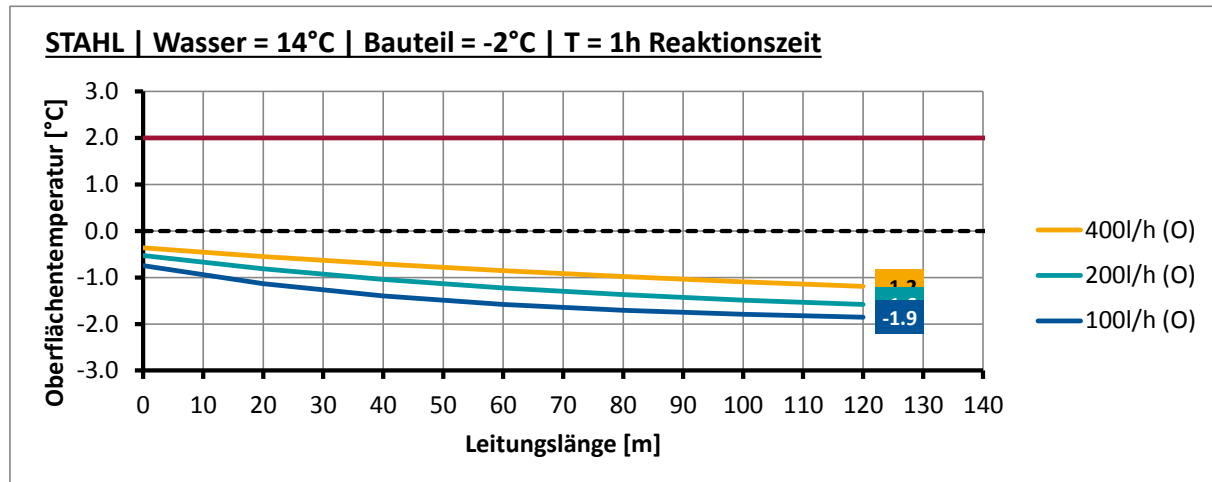
Anhang C.3.1 Stahlbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_u=-6^\circ\text{C}$



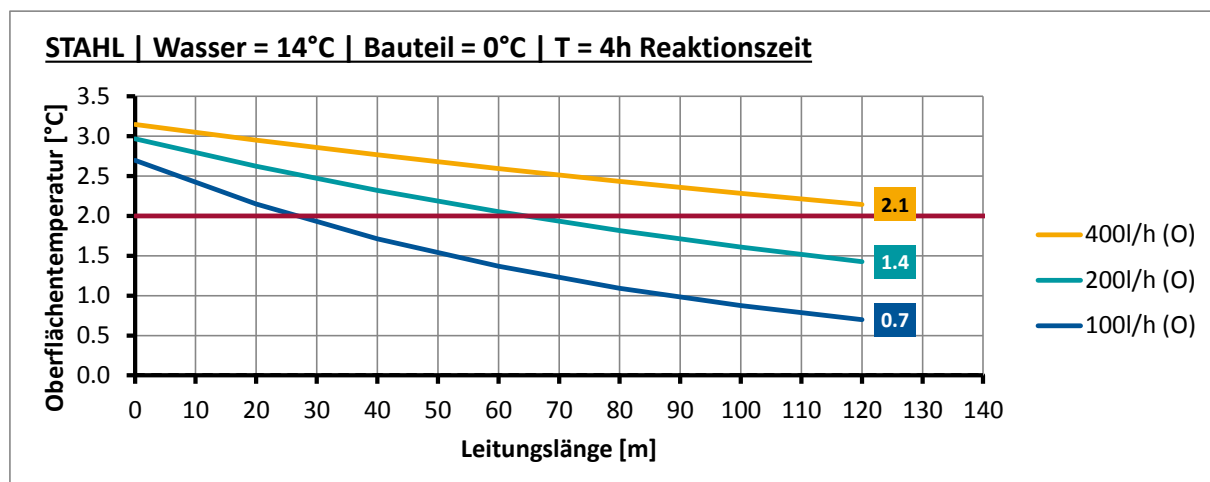
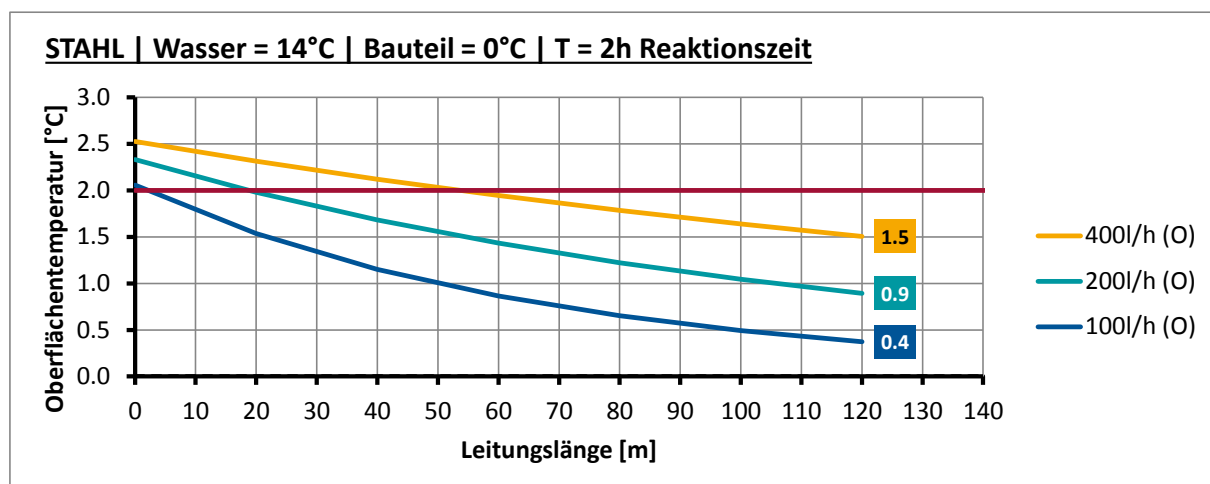
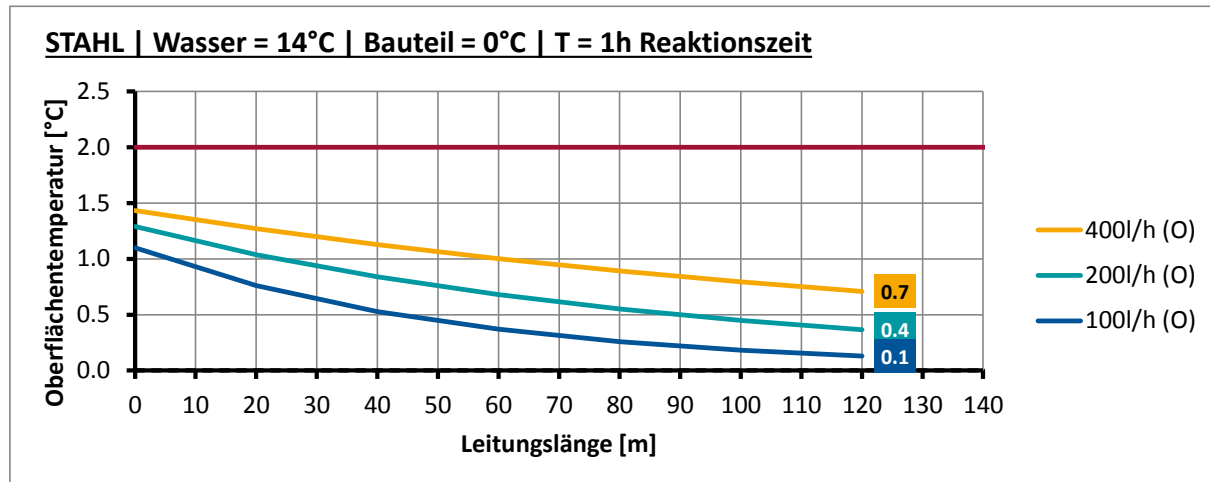
Anhang C.3.2 Stahlbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-4^\circ\text{C}$



Anhang C.3.3 Stahlbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=-2^\circ\text{C}$



Anhang C.3.4 Stahlbrücke, $T_W=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_U=0^\circ\text{C}$



Anhang C.3.5 Stahlbrücke, $T_w=14^\circ\text{C}$, Ausgangstemperatur $T_u=2^\circ\text{C}$

